



DOCUMENTO DE TRABAJO
N.º 001 | 2010

Un modelo para estimar el nivel óptimo de reservas monetarias internacionales para Costa Rica

Evelyn Muñoz Salas
Edwin Tenorio Chaves

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

Un modelo para estimar el nivel óptimo de reservas monetarias internacionales para Costa Rica

Evelyn Muñoz Salas*, Edwin Tenorio Chaves†

Las ideas expresadas en este documento son de los autores y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

Resumen

Como parte de las medidas que el Banco Central de Costa Rica (BCCR) ha tomado en la transición hacia un esquema de meta explícita de inflación, en octubre del 2006, se sustituyó el régimen cambiario de paridad ajustable, por uno de banda cambiaria, como una medida transitoria para adoptar un régimen de flotación administrada.

En la medida que este proceso se va consolidando, la necesidad explícita de reservas internacionales netas (RIN) como salvaguarda del régimen cambiario va siendo cada vez menor, sin embargo, se requiere disponer de estimaciones de un nivel óptimo, entre otras razones, para apoyar las decisiones de intervención del BCCR, en el mercado cambiario, en el caso que se requiera. El presente documento propone un modelo para obtener el nivel óptimo de reservas monetarias internacionales para el BCCR a partir del cual se estima esta variable para el periodo 2006- 2009.

Se recurre al enfoque teórico desarrollado por Ben-Bassat y Gottlieb (1992), el cual parte de que un banco central busca minimizar el costo esperado de mantener reservas. La definición de este costo toma en consideración dos elementos, por un lado, existe un costo de oportunidad asociado con mantener reservas monetarias internacionales. Por otra parte, estos activos actúan como un “seguro” y ante situaciones de crisis, permite a la economía minimizar los costos reales y sociales del ajuste macroeconómico asociado.

Palabras clave: Reservas internacionales óptimas, Reservas internacionales adecuadas.

Clasificación JEL: C2, C51, E59.

* Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. munozse@bccr.fi.cr

† Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. tenorioce@bccr.fi.cr

A Model to Estimate the Optimal Level of International Reserves for Costa Rica.

Evelyn Muñoz Salas[‡], Edwin Tenorio Chaves[§]

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

Abstract

As part of the measures that the Central Bank of Costa Rica (CBCR) has taken in the transition to an inflation targeting regime, in October 2006 the adjustable peg exchange rate regime was replaced by an exchange rate band, as a transitional measure to adopt a managed float regime.

To the extent that this process is consolidated, the explicit need for net international reserves (NIR) as a safeguard of the exchange regime is becoming smaller, however, it is required to have an estimation of the optimal level, among other reasons, to support CBCR intervention decisions in the foreign exchange market, if required. This paper proposes a model for the optimal level of foreign currency reserves for the CBCR from which this variable is estimated for the period 2006-2009.

It uses the theoretical approach developed by Ben-Bassat and Gottlieb (1992), which assumes that a central bank seeks to minimize the expected cost of holding reserves. The definition of this cost takes into account two factors, firstly, there is an opportunity cost associated to maintaining foreign currency reserves. On the other hand, these assets act as "insurance" in crisis situations, enabling the economy to minimize the real and social costs of macroeconomic adjustment associated.

Key words: Optimal level of international reserves, adequate level of international reserves.

JEL codes: C2, C51, E59.

[‡] Department of Economic Research. Email address. munozse@bccr.fi.cr

[§] Department of Economic Research. Email address. tenorioce@bccr.fi.cr

Contenido

1. Presentación.....	1
2. Nivel adecuado y nivel óptimo de reservas monetarias internacionales	2
2.1 Nivel adecuado de RIN	4
2.2 Nivel óptimo de reservas.....	6
2.3 Metodología Ben-Bassat y Gottlieb (1992)	7
3. Estimación del nivel óptimo de reservas para Costa Rica para el periodo 2006- 2009	10
3.1 Estimación de la probabilidad de crisis	10
3.2 Estimación de costo social del agotamiento de las reservas	11
3.3 Estimación del costo de oportunidad de mantener reservas	13
3.4 Estimación del nivel óptimo de reservas para el periodo 2006-2009.....	14
4. Conclusiones y recomendaciones	17
5. Bibliografía.....	18
ANEXO 1	20
ANEXO 2	21
ANEXO 3	26
ANEXO 4	27

1. Presentación

En enero del 2005 la Junta Directiva del Banco Central de Costa Rica (BCCR) aprobó el proyecto de modernización de la política monetaria denominado “Esquema de Meta Explícita de Inflación para Costa Rica” (EMEICR).

Como parte de las medidas que la Institución ha tomado en la transición hacia este esquema, en octubre del 2006, se sustituyó el esquema de paridad ajustable (minidevaluaciones) por uno de banda cambiaria, como una medida transitoria para adoptar un régimen de flotación administrada.

En la medida que este proceso se va consolidando, la necesidad explícita de reservas internacionales netas (RIN) como salvaguarda del régimen cambiario va siendo cada vez menor, sin embargo, se requiere disponer de estimaciones de un nivel óptimo, entre otras razones, para apoyar las decisiones de intervención del BCCR en el mercado cambiario, en el caso que se requiera.

El presente documento propone un modelo para obtener el nivel óptimo de reservas monetarias internacionales para el Banco Central de Costa Rica a partir del cual se aproxima esta variable para el periodo 2006 – 2009 con el objetivo de responder a un requerimiento planteado por la Junta Directiva en febrero del 2009³.

Se recurre al enfoque teórico desarrollado por Ben-Bassat y Gottlieb (1992), el cual parte de que un banco central busca minimizar el costo esperado de mantener reservas. La definición de este costo toma en consideración dos elementos, por un lado, existe un costo de oportunidad asociado con mantener reservas monetarias internacionales. Por otra parte, estos activos actúan como un “seguro” ante situaciones de crisis, lo que permite a la economía minimizar los costos reales y sociales del ajuste macroeconómico asociado.

De este modo, el nivel óptimo de reservas se entiende como aquel nivel que logra igualar en el margen los costos y los beneficios asociados con mantener reservas internacionales.

Como parte de esta investigación se desarrolló un algoritmo de solución a partir del cual es posible, con diferentes supuestos, generar las respectivas trayectorias del nivel óptimo de reservas internacionales con relativa facilidad.

Además de esta introducción, el documento presenta de cuatro secciones adicionales. En la segunda sección se detalla la diferencia entre el nivel adecuado y nivel óptimo de reservas, dado que existe una tendencia a utilizar estos términos como sinónimos, cuando en la literatura se establece claramente una diferencia entre ambos conceptos. Adicionalmente, se expone la metodología que se utiliza en esta investigación para estimar el nivel óptimo de reservas la cual fue propuesta por Ben-Bassat y Gottlieb (1992).

La tercera sección presenta los resultados de la estimación (dentro de la muestra) del nivel óptimo de reservas monetarias bajo dos escenarios diferentes, los cuales son comparados con el nivel adecuado y

³ Artículo 6 de la sesión 5415-2009 del 25 de febrero del 2009

observado de reservas. Finalmente, la cuarta sección aborda las conclusiones y recomendaciones del estudio.

Para facilitar la comprensión del modelo de Ben-Bassat y Gottlieb se consideró pertinente explicitar la solución matemática del mismo, desarrollo incorporado en el Anexo 2.

2. Nivel adecuado y nivel óptimo de reservas monetarias internacionales

Las reservas internacionales son activos externos que mantiene un banco central, entre otros motivos, para hacer frente a desequilibrios de la cuenta corriente de la balanza de pagos, solventar restricciones en las fuentes de financiamiento externo⁴ y para defender la paridad en regímenes cambiarios poco flexibles⁵.

De esta manera, el desarrollo de indicadores de reservas, así como de las teorías que explican la demanda por estos activos, ha evolucionado con el transcurrir del tiempo, en respuesta a los cambios en el ordenamiento financiero internacional y en las fuentes de vulnerabilidad de las economías.

El Gráfico 1 muestra la evolución del saldo de reservas monetarias internacionales en el mundo entre 1948 y 2009⁶. Este periodo de sesenta años se divide en los siguientes tres subperiodos:

- 1948-1974: durante 26 años el sistema monetario internacional estuvo caracterizado entre otros elementos por la vigencia del patrón dólar fijo (Bretton Woods⁷) y por transacciones entre países que se concentraron en el comercio internacional de mercancías.
- 1975-1998: en estos 23 años la economía mundial se caracterizó por la dominancia de regímenes cambiarios más flexibles, elevado crecimiento en el flujo de comercio internacional y reducciones en las barreras a los movimientos de capitales.
- 1999-2009: en esta última década se manifestaron importantes episodios de crisis en diversas economías, como fue el caso de: Rusia (1998), Brasil (1998), Turquía (1999), Argentina (2001-02) y recientemente la crisis hipotecaria en Estados Unidos.

⁴ Originadas por ejemplo en: episodios de contagio, interrupción en el ingreso de capitales (“sudden stops”), y salidas abruptas de capital (“account reversals”).

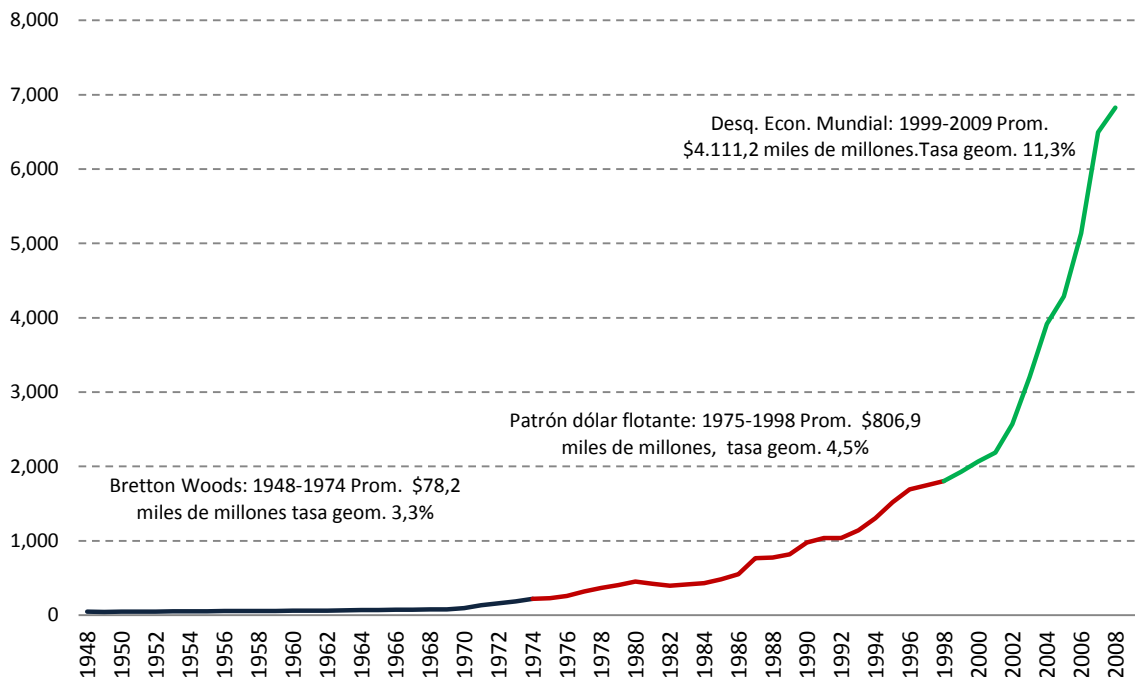
⁵ Esto justifica el porqué algunos teóricos argumentan que la demanda de reservas monetarias internacionales puede conceptualizarse como una demanda derivada del régimen cambiario internacional.

⁶ Para la construcción de estas cifras se partió de los saldos de reservas monetarias internacionales expresados en Derechos Especiales de Giro (DEG) que incluye el Fondo Monetario Internacional en sus publicaciones anuales. Estos saldos fueron convertidos a dólares estadounidenses utilizando el tipo de cambio respectivo y finalmente fueron deflactados con el índice de precios al consumidor de Estados Unidos, cuya base es el año 2000. Las cifras del 2009 corresponden al cierre del primer semestre.

⁷ El patrón dólar se suspendió en 1971, sin embargo entre ese año y 1973, el sistema monetario internacional estuvo en un periodo de transición hacia esquemas de flotación de las principales monedas.

Destaca que el nivel medio de reservas internacionales a nivel mundial ha crecido de manera significativa con el transcurrir del tiempo, no obstante el aumento de economías que han adoptado regímenes cambiarios cada vez más flexibles. La tasa de crecimiento geométrica anual en la última década es casi cuatro veces la registrada durante el subperiodo inicial.

Gráfico 1: Reservas monetarias internacionales mundiales: 1948-2009
(cifras en miles de millones de dólares constantes del 2000)



Fuente: Elaboración propia con base en cifras del FMI

Al inicio del primer subperiodo, la predominancia de la teoría cuantitativa del dinero proporcionó un marco de partida en la explicación de la demanda por reservas. En este contexto, mantener reservas permitía a las economías enfrentar desequilibrios comerciales, evitando aplicar políticas de reducción y redirección del gasto.

En razón de lo anterior, Triffin (1947) propuso emplear el cociente de reservas a importaciones como indicador de liquidez de un país ante escenarios adversos de balanza de pagos.

El importante crecimiento de los flujos comerciales a partir de mediados de la década de los setenta, así como la reducción gradual en los movimientos de capital justificaron una mayor demanda por reservas internacionales, ello a pesar de que la flexibilidad cambiaria en la mayoría de los países desarrollados redujo el requerimiento de reservas por parte de los bancos centrales.

Bajo este nuevo escenario mundial, surgió la visión moderna de la demanda por reservas monetarias internacionales que apela a que los bancos centrales las mantienen como un seguro para reducir el impacto de las crisis financieras (externas o internas) y mitigar el riesgo de incumplimiento del servicio de la deuda externa (“default”).

En este segundo subperiodo la fuente de riesgo externo pasó de la cuenta corriente a la cuenta de capital y financiera de la balanza de pagos, razón por la cual los desarrollos teóricos de la demanda por reservas empezaron a considerar el servicio de la deuda externa y la posibilidad de que las economías enfrentaran ataques especulativos contra sus monedas.

Estos desarrollos se mantuvieron en el umbral de indicadores de reservas adecuadas, caracterizándose por ser reglas empíricas.

La predominancia de episodios de crisis externas en el último subperiodo, y el importante impulso de la teoría macroeconómica moderna dieron lugar al uso más intensivo de modelos de optimización en la explicación de la demanda por RIN.

Tal como se comentó, las explicaciones de la demanda de reservas han evolucionado en el tiempo, aspectos que se formalizan a continuación.

2.1 Nivel adecuado de RIN

La literatura técnica sobre el tema de gestión de reservas no define de manera explícita qué se entiende por un nivel adecuado de RIN, sin embargo hace referencia a “un nivel discrecional determinado por la autoridad monetaria”⁸ siguiendo ciertos criterios, entre los que destacan:

a) Razón de reservas a importaciones

Esta regla sugiere mantener un monto de reservas monetarias internacionales equivalente a tres meses de importaciones. Este criterio surge de las recomendaciones de Triffin (1947) y fue popularizado por el Fondo Monetario Internacional (FMI) a finales de la década de los años cincuenta, en un contexto de vulnerabilidad focalizada en la cuenta corriente de la balanza de pagos y bajo paridades fijas de las principales monedas.

Una limitación de esta regla es que no considera la posibilidad de acudir a los mercados de capital para financiar resultados adversos de la cuenta corriente y además, resta importancia al hecho de que parte de las importaciones pueden ser financiadas externamente.

b) Razón de reservas a un agregado monetario

Este indicador sugiere que las reservas monetarias deben cubrir la totalidad de los agregados monetarios más estrechos (base monetaria o medio circulante). En un contexto de inestabilidad de la

⁸ A esta situación se le conoce en inglés como “rule-of-thumb ratio analysis”; en Vera y Zambrano (2005) se traduce esta expresión como “empirismo de las reglas discrecionales”.

demanda de dinero o bien en presencia de un sistema financiero débil, este indicador refleja la posibilidad que tiene la autoridad monetaria de enfrentar una salida masiva de capital, donde los agentes residentes decidan convertir su tenencia de activos líquidos en moneda nacional a activos denominados en otra moneda más fuerte.

En este indicador, un valor superior a la unidad sugiere que la autoridad monetaria tiene suficiente cobertura de reservas para atender un ataque contra la moneda nacional; sin embargo, variaciones en esta razón no necesariamente van asociadas a mayor o menor vulnerabilidad de la economía.

Por ejemplo, cuando la confianza en la moneda doméstica es alta, la demanda de dinero tiende a elevarse, con lo que la razón de reservas a dinero se reduce. En estas circunstancias, contrario a la interpretación tradicional, la reducción en el valor de la razón apuntada estaría reflejando una mayor confianza en la moneda nacional y, por tanto, no sería necesario disponer de mayores reservas.

c) Razón de reservas a servicio de la deuda externa

Este indicador, conocido como “regla de Guidotti”⁹, propone que el saldo de las reservas internacionales debe exceder los pagos por servicio de la deuda externa (amortizaciones e intereses) para el siguiente año. Esta regla es útil en el contexto de interrupciones de flujos de financiamiento externo (“sudden-stop”).

En la aplicación de esta regla se sugiere incluir el servicio de las obligaciones externas del sector privado, dado que algunas de las crisis internacionales de la década de los noventa se originaron en un excesivo endeudamiento externo de este sector. Este indicador es utilizado por organismos internacionales como FMI, BID y calificadoras de riesgo.

d) Indicador para economías emergentes

La evidencia de importantes salidas de capital en las crisis financieras de economías emergentes, propició que algunos teóricos modificaran el criterio de reservas adecuadas de Guidotti.

Entre estos autores destacan Calvo, Leiderman y Reinhart (1996), Esquivel y Larrain (1998), Kaminsky, Lizondo y Reinhart (1998), Frankel y Rose (1996), Sacks, Tornell y Velasco (1996) quienes avalan considerar, en adición al servicio de la deuda externa residual (un año), una fracción de agregados monetarios amplios, ponderado por el índice de riesgo país.

En esta metodología es común encontrar que la fracción del agregado que se estima susceptible a salidas de capitales, está entre el 10% y el 20% cuando la economía bajo análisis opera con un tipo de cambio administrado. En el caso de países en los que existe flotación se sugiere utilizar un porcentaje entre 5% y 10%.

El indicador que actualmente utiliza el BCCR para aproximar el nivel adecuado de reservas es una variante de esta metodología, siguiendo lo descrito por De Beaufort y Kapteyn (2001).

⁹ Mulder y Rocha (2001)

El método empleado en el BCCR para estimar el monto adecuado es:

$$RIN^{adecuadas} = DX_{cp} + DPI_{\$} + (15\% \cdot LT_{\$} \cdot IRP) \quad (1)$$

donde:

- DX_{cp} : Deuda pública externa (incluye principal e intereses) que vence en los siguientes doce meses más el saldo de los pasivos externos de corto plazo de las entidades financieras y del sector privado no financiero.
- $DPI_{\$}$: Deuda pública interna en moneda extranjera, incluye principal e intereses de los Títulos de Propiedad del Ministerio de Hacienda (TP\$) y de los Certificados de Depósitos del BCCR (CERTD\$) que vencen en los siguientes doce meses.
- $LT_{\$}$: Saldo de la liquidez total del Sistema Bancario Nacional expresado en dólares.
- IRP : Índice de riesgo país para Costa Rica¹⁰.

Esta estimación del nivel adecuado de reservas la realiza con frecuencia diaria la División Económica (DEC) del BCCR.

2.2 Nivel óptimo de reservas

La combinación de los cuatro indicadores antes descritos, empleados para definir el nivel adecuado de reservas, obedece a reglas discrecionales y en sentido estricto no disponen de microfundamento. A partir del estudio realizado por Heller (1966)¹¹ se modificó el enfoque para determinar la posición de reservas y se analizó su demanda como parte de un proceso “optimizador” que busca lograr un objetivo, denominándose al resultado de este ejercicio nivel óptimo de reservas.

El modelo de Heller estima el nivel óptimo de reservas a partir de la minimización del costo esperado de mantener reservas. Este costo está compuesto por dos elementos. El primero de ellos referido al ajuste real (desaceleración del crecimiento económico) consecuencia del agotamiento de las reservas. Este ajuste dependería directamente de la magnitud del desequilibrio externo e inversamente de la propensión marginal a importar.

El segundo elemento se asocia con el costo de oportunidad de disponer de reservas, que según lo describe Zárate (2008) se puede medir como la diferencia entre la tasa de interés del endeudamiento externo y la tasa de rendimiento de las reservas.

De esta manera, el nivel óptimo de reservas constituye un monto que garantiza protección y funciona como un amortiguador en condiciones de urgencia de liquidez en moneda extranjera.

¹⁰ Según The Economist Intelligence Unit

¹¹ “Optimal International Reserves”. Economic Journal, Vol 76 pp 296-311.

Ozyildirim y Yaman (2005) indican que la solución del modelo de Heller permite cuantificar el nivel de RIN en poder del banco central que minimiza el costo neto de mantener este nivel, tomando en consideración el riesgo de incumplimiento de pagos de un país en un contexto de eventos económicos inesperados.

Los desarrollos teóricos realizados por Hamada y Ueda (1977) y Frenkel y Jovanovic (1981) incorporan al modelo de Heller la probabilidad asociada al agotamiento de reservas y especificaciones alternativas del costo de que éste evento se presente.

Estos aportes al modelo de Heller dan lugar a la especificación de Ben-Bassat y Gottlieb, modelo en el que un país que enfrenta problemas de insolvencia, ve deterioradas sus relaciones financieras internacionales y se enfrenta forzosamente a un ajuste que le genera costos reales. Como contraste, el hecho de mantener activos externos actúa como un “efecto demostración” ante la comunidad internacional lo que se debería reflejar en un menor riesgo soberano.

El modelo de Ben-Bassat y Gottlieb aplica especialmente para el caso de economías emergentes que enfrentan déficit en cuenta corriente de la balanza de pagos y cierta posibilidad de reducción o agotamiento de reservas¹².

2.3 Metodología Ben-Bassat y Gottlieb (1992)

El modelo desarrollado por estos autores sigue un enfoque similar al planteado por Heller. Parte de que un banco central busca minimizar el costo esperado de mantener reservas, $E(C_R)$, para ello debe definir una función de costos, que será la función objetivo sujeta a minimización.

Los tres elementos críticos que se requieren para formular esta función de costos son¹³:

- a) Existe un costo de oportunidad asociado a mantener reservas internacionales, (C_1).
- b) En caso de que la economía se vea inmersa en una situación de crisis y producto de ello vea interrumpido el acceso al financiamiento externo, deberá enfrentar un costo real en términos de una desaceleración económica, (C_0)¹⁴.
- c) Una probabilidad (P) de que un país enfrente una crisis del sector externo, que eventualmente lo conduzca a una pérdida parcial o bien al agotamiento de sus reservas internacionales.

¹² En estudios recientes realizados por algunos bancos centrales para la aproximación del nivel óptimo de reservas se hace uso de esta metodología por ejemplo: Turquía (Ozyildirim y Yaman (2005)), Colombia (López (2006)) y Argentina (Zárate (2008)).

¹³ En el Anexo 2 se incorpora un cuadro que resume la interpretación que realizan diferentes autores sobre los parámetros del modelo de Ben-Bassat y Gottlieb.

¹⁴ En la presentación teórica del modelo los autores se refieren a este costo (C_0) como el “social cost of depletion” expresión que para efectos del presente trabajo se traduce como el costo social del agotamiento de las reservas y responde al papel de las reservas internacionales como saldo precautorio.

Finalmente, la función objetivo, $E(C_R)$, es una combinación lineal de estos dos costos, donde el factor de ponderación, es precisamente la probabilidad de crisis (P),

$$E(C_R) = P \cdot C_O + (1 - P) \cdot C_1 \quad (2)$$

Un banco central debe minimizar esta función de costos, sujeto a que la probabilidad de enfrentar una crisis será a su vez una función del nivel de reservas internacionales, como se explica seguidamente.

La probabilidad de enfrentar una crisis del sector externo que conllevaría a un no pago de las obligaciones con la comunidad internacional, puede asociarse con una calificación de riesgo soberano o bien con el margen entre la tasa de interés que cobran los prestamistas internacionales y una tasa doméstica libre de riesgo. Es de esperar que esta valoración de la capacidad de pago del país, se defina en función de su desempeño macroeconómico medido por un conjunto de indicadores, dentro del cual se encuentra precisamente el nivel de reservas internacionales de la economía. Esto conlleva necesariamente a una estimación endógena de la probabilidad de crisis y del nivel de reservas internacionales.

Para aproximar la probabilidad de crisis, la literatura sugiere partir de un indicador de riesgo país, (f), que puede expresarse como una función de la razón de reservas a importaciones (R/M), la razón de deuda externa a exportaciones (D/X) y la propensión media a importar (m). En investigaciones del nivel óptimo de reservas realizadas en: Argentina, Colombia, Israel, Turquía y Venezuela, se considera además la tasa de crecimiento económico, \dot{y} , la tasa de variación del tipo de cambio y la tasa de inflación¹⁵.

$$f = \alpha_0 + \alpha_1 \ln\left(\frac{R}{M}\right) + \alpha_2 e^{D/X} + \alpha_3 m + \alpha_4 \dot{y} \quad (3)$$

La probabilidad de crisis puede expresarse como una función de distribución logística¹⁶, tal como lo proponen por Feder y Just (1977), de la siguiente forma:

$$P = \frac{\exp f}{1 + \exp f} \quad (4)$$

¹⁵ Para mayor detalle véase Zárate (2008), López (2006), Ozyildirim y Yaman (2005), y Oliveros (1994).

¹⁶ Para modelar la probabilidad de ocurrencia de un evento se requiere una función que tenga las siguientes características: i) que su respuesta se encuentre acotada entre 0 y 1, para cualquier valor de las variables explicativas; y ii) que considere la posibilidad de que exista una relación no lineal entre las variables explicativas y la probabilidad de ocurrencia de ese evento. En el caso que nos ocupa, es posible que el impacto de un dólar adicional de reservas sobre la probabilidad de una crisis sea diferente si se parte de una cantidad de reservas cercana a cero que si se partiera de una cantidad de reservas suficientemente grande ("que tienda a infinito").

Para considerar ambas características, la literatura sobre el tema propone utilizar la siguiente transformación sin pérdida de valor explicativo: $P = 1/(1+e^{-f})$, es decir: $P = e^f / (1 + e^f)$. Esta variable sigue una distribución logística que permite capturar posibles no linealidades y brinda resultados cuyos valores se ubican entre 0 y 1.

La solución algebraica de este modelo se presenta con detalle en el Anexo 2, en el que se obtiene que la expresión para el nivel óptimo de RIN viene dado por¹⁷:

$$R^* = (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1} + \frac{C_0}{r} \quad (5)$$

Donde la tasa r es un diferencial entre el costo financiero que enfrentaría la institución para adquirir reservas y el rendimiento que efectivamente ellas le reditúan.

Sustituir el primer término de la expresión anterior por su equivalente (ver detalle en Anexo 2), permite replantear la solución de R^* de la siguiente forma:

$$R^* = \left[P \cdot \left(\frac{\alpha_1}{R} + \frac{\alpha_2}{X} e^{D/X} \right) \right]^{-1} + \frac{C_0}{r} \quad (6)$$

Los componentes de esta solución tienen signos opuestos, el primero de ellos es negativo y el segundo es positivo.

Partiendo de lo que dice el segundo componente, el nivel óptimo de reservas estaría determinado solamente por el costo real asociado a una crisis externa y el costo de oportunidad de mantener esas reservas.

Según lo cual el nivel óptimo de reservas varía positivamente con el costo de agotamiento de reservas (C_0), es decir entre mayor sea el costo social de una crisis externa para la economía, mayor será el nivel de reservas internacionales que debe mantener para suavizar sus efectos.

El margen (r) aumenta (disminuye) ante disminuciones (aumentos) en la rentabilidad de los activos externos o aumentos (disminuciones) en el costo del endeudamiento externo, por consiguiente se tiene que entre más grande sea este margen menor será el nivel de reservas óptimas.

Ahora bien, dado un nivel inicial de reservas, determinado únicamente por el costo social de una crisis y el costo de oportunidad de mantener reservas, el primer componente lo que indica es el monto de reservas internacionales del cual el país puede prescindir, dada la probabilidad que tiene de enfrentar una crisis externa.

Para analizar este primer componente, se debe poner especial atención a la simultaneidad que se presenta entre el nivel de reservas que mantiene una economía y la percepción que se tenga sobre su vulnerabilidad externa, o bien la probabilidad de entrar en una crisis de pagos. Es de esperar que cada dólar adicional de reservas contribuya a reducir esa percepción de riesgo y por tanto la probabilidad de enfrentar una crisis. Adicionalmente, en la medida en que la probabilidad de crisis baje, el primer término se hace más negativo, indicando que se requerirán menos reservas internacionales.

¹⁷ Corresponde a la ecuación (11) del Anexo 2.

todo lo demás constante, que nuestro país se tornaría más riesgoso, con lo que la probabilidad de crisis se incrementaría.

Se realizaron las pruebas estadísticas respectivas encontrándose que los residuos de la regresión son normales, homocedásticos y no autocorrelacionados; adicionalmente, se comprobó que el modelo es estable.

El signo de los coeficientes asociados a las variables explicativas de reservas a importaciones (α_1) y deuda externa a exportaciones (α_2), cumplen con ser en su orden, negativo y positivo; además $|\alpha_1| > |\alpha_2|$. Condiciones necesarias para garantizar la convergencia del modelo, según lo advierte McFadden (1985) y puede verificarse en el anexo 2.

3.2 Estimación de costo social del agotamiento de las reservas²⁰

Para aproximar el costo de agotamiento de reservas (Co), Ben-Bassat y Gottlieb sugieren utilizar el valor presente de la brecha que se generaría entre el producto interno bruto y el producto potencial, durante los seis años posteriores a una crisis. Los autores estiman este costo a partir del estudio de un panel de catorce países que incumplieron sus pagos internacionales entre 1960 y 1982; y se vieron obligados a renegociar su deuda externa²¹.

No obstante, como el mismo Gottlieb reconoce en la actualidad²², esta metodología exhibe limitaciones, por lo cual sugiere evaluar formas alternativas. Al respecto, López (2006), en un trabajo similar sobre el nivel óptimo de reservas para la economía de Colombia, utiliza como indicador del costo social del agotamiento de las reservas, un promedio ponderado de las estimaciones de pérdida de producto que sufrieron un conjunto de economías que enfrentaron crisis cambiarias y crisis gemelas (cambiaria y bancaria). El Cuadro 2 resume estas estimaciones²³.

A manera de síntesis, la aproximación histórica del costo de una crisis del sector externo es de alrededor del 7,7% del PIB para el caso de las crisis cambiarias y de 15,9% para el caso de las crisis gemelas, en el caso de esta última su impacto persiste en promedio por tres años.

En la estimación de las reservas óptimas para el caso de Costa Rica se utiliza como referencia para el costo de una eventual crisis el valor del 15,9% del PIB, considerando que al tratarse de una economía

²⁰ En la estimación que Ben-Bassat y Gottlieb (1992) realizan del costo de agotamiento de las reservas utilizan como muestra 14 episodios de economías que enfrentaron una cesación de pagos internacionales, consecuencia de crisis de balanza de pagos, razón por la cual al costo de agotamiento de reservas se le denomina “cost of default”.

²¹ Los países que conforman la muestra del estudio son: Brasil, Argentina, Ghana (dos episodios de crisis), India, Nicaragua, Sierra Leona, Chile, Turquía, Bolivia, Costa Rica, Zaire, Perú y Honduras.

²² Se consultó al coautor del modelo sobre una forma alterna de aproximar el costo social de la crisis

²³ “Primero se identificaron los episodios de crisis de cada país de la muestra empleando un “umbral de fluctuación” de la tasa de cambio y las reservas internacionales, determinando los casos en que las variaciones superaron tres desviaciones estándar de su tendencia. Luego se estima la tendencia de la tasa de crecimiento del PIB, tomando el promedio de los años anteriores a la crisis. Finalmente se calculan las desviaciones del PIB de cada año de la crisis con respecto a su tendencia. Los costos de la crisis corresponden a la suma acumulada de estas diferencias”. López, 2006.

altamente dolarizada, el efecto de una crisis de balanza de pagos podría ir acompañada de una corrida bancaria, generando repercusiones en este sector.

Cuadro 1: Estimación del costo social del agotamiento de las reservas

Costo social de crisis cambiarias				
Estudio	Muestra	Periodo	Magnitud	Umbral de recuperación
FMI (1998)	53 países, 31 economías emergentes, 116 episodios de crisis.	1975-1997	7,6%	10 meses
Calvo y Reinhart (1999)	20 países, 76 episodios de crisis.	1970-1994	7,6%	18 meses
Aziz, Caramaza y Salgado (2000)	30 economías emergentes, 16 episodios de crisis.	1975-1997	7,6%	24 meses
Hutchinson y Neuberger (2001)	24 economías emergentes	1975-1997	5% al 8%	24 meses
Bordo, Eichengreen, Klingebiel y Martínez (2001)	56 países de los cuales 34 son economías emergentes.	1973-1998	12%	n.d.
Gupta, Mishra y Sahay (2003)	91 países, 195 episodios de crisis cambiaria.	1970-1998	7,8 al 14,2%	24 meses
Promedio			7,7%	24 meses
Costo social de crisis gemelas				
Estudio	Muestra	Periodo	Magnitud	Umbral de recuperación
FMI (1998)	50 países, 31 economías emergentes, 32 episodios de crisis.	1975-1997	18,8%	32 meses
Aziz, Caramaza y Salgado (2000)	50 economías emergentes, 45 episodios de crisis.	1975-1997	11,7%	23 meses
Hutchinson y Noy (2002)	24 economías emergentes, 20 episodios.	1975-1997	15% al 18%	36 a 48 meses
Kaminsky y Reinhart (1999)	20 países de los cuales 15 son economías emergentes, 26 episodios de crisis.	1970-1995	13,3%	n.d.
Bordo, Eichengreen, Klingebiel y Martínez (2001)	56 países, de los cuales 34 fueron economías emergentes.	1973-1998	18%	36 meses
Promedio			15,9%	36 meses

Fuente: Elaboración propia con base en estudios de López (2006).

3.3 Estimación del costo de oportunidad de mantener reservas

Ben-Bassat y Gottlieb proponen calcular el costo de oportunidad de mantener reservas como la diferencia entre la productividad marginal del capital y el rendimiento de las reservas. Siguiendo lo que sugiere Zárata (2008) este costo de oportunidad se estima como la diferencia entre la tasa de interés del endeudamiento externo y el rendimiento de las reservas internacionales.

Sin embargo, en la práctica el BCCR puede incrementar sus activos externos netos emitiendo pasivos tanto en colones como en dólares, con costo o sin costo. A manera de ejemplo, podría emitir y colocar en el mercado doméstico deuda en dólares o bien modificar la tasa del encaje mínimo legal sobre las captaciones en dólares que realizan los bancos comerciales²⁴.

En cuanto a colones, podría utilizar colones que ha recibido de operaciones del mercado abierto para comprar dólares en el mercado de cambios, sean éstos para atender los requerimientos del sector público no bancario o sus necesidades propias.

En el presente trabajo, con el objetivo de enriquecer el análisis macroeconómico que se deriva de la solución del modelo de Ben-Bassat y Gottlieb, se utilizan los siguientes cuatro indicadores alternativos en el costo de las reservas:

- Tasa de interés de los pasivos externos.
- Tasa de interés de los pasivos en dólares, internos y externos.
- Tasa de interés de los pasivos en colones.
- Tasa de interés ponderada del total de pasivos.

Cada una de estas opciones implica un costo de oportunidad diferente y consecuentemente una trayectoria de reservas óptimas diferente, con niveles que serán mayores en tanto ese costo de oportunidad sea menor²⁵.

Es importante destacar que este costo de oportunidad es estrictamente positivo, según se detalla en la ecuación (14) del anexo dado que $f' < 0$. En un plano práctico ello implica que el indicador del costo de las reservas que se utiliza en la solución del modelo no puede ser menor que el rendimiento efectivo de las reservas. En otras palabras, para que exista un problema económico, las reservas han de ser costosas, caso contrario el ejercicio de optimización carece de sentido.

En el siguiente cuadro se muestran los promedios y desviaciones estándar de las tasas de interés efectivas de los pasivos del BCCR así como del rendimiento de las reservas.

²⁴ Hasta donde la Ley Orgánica del Banco Central de Costa Rica lo permita.

²⁵ Alternativamente se puede considerar una tasa de interés ponderada que incorpore la capacidad que tiene un banco central de constituir reservas internacionales emitiendo pasivos sin costo en moneda nacional, sin embargo esta opción está acotada al compromiso institucional de un banco central con la estabilidad de precios.

Cuadro 2: Resumen de tasa de interés de pasivos del BCCR y rendimiento efectivo de las reservas.
(cifras en porcentajes) ^{a/}

AÑO	Tasa efectiva sobre deuda externa	Tasa efectiva sobre deuda interna en dólares	Tasa efectiva de pasivos con costo en dólares	Tasa efectiva de pasivos en colones con costo	Tasa efectiva de pasivos	Rendimiento efectivo de RMI
2005	4.95%	7.05%	6.67%	17.18%	7.67%	3.37%
2006	6.40%	7.38%	7.24%	17.01%	7.93%	4.48%
2007	6.72%	7.49%	7.38%	13.93%	7.43%	4.94%
2008	7.18%	7.54%	7.45%	9.52%	5.03%	4.42%
2009	7.98%	7.17%	7.36%	9.08%	3.94%	3.55%
Promedio 05-09	6.3%	7.3%	7.1%	14.2%	6.7%	4.0%
Desv Est.	1.1%	0.2%	0.4%	3.5%	1.5%	0.8%

^{a/} Para el 2009 se considera la información del primer semestre. El rendimiento efectivo de las reservas toma en consideración ganancias y pérdidas de capital.

3.4 Estimación del nivel óptimo de reservas para el periodo 2006-2009

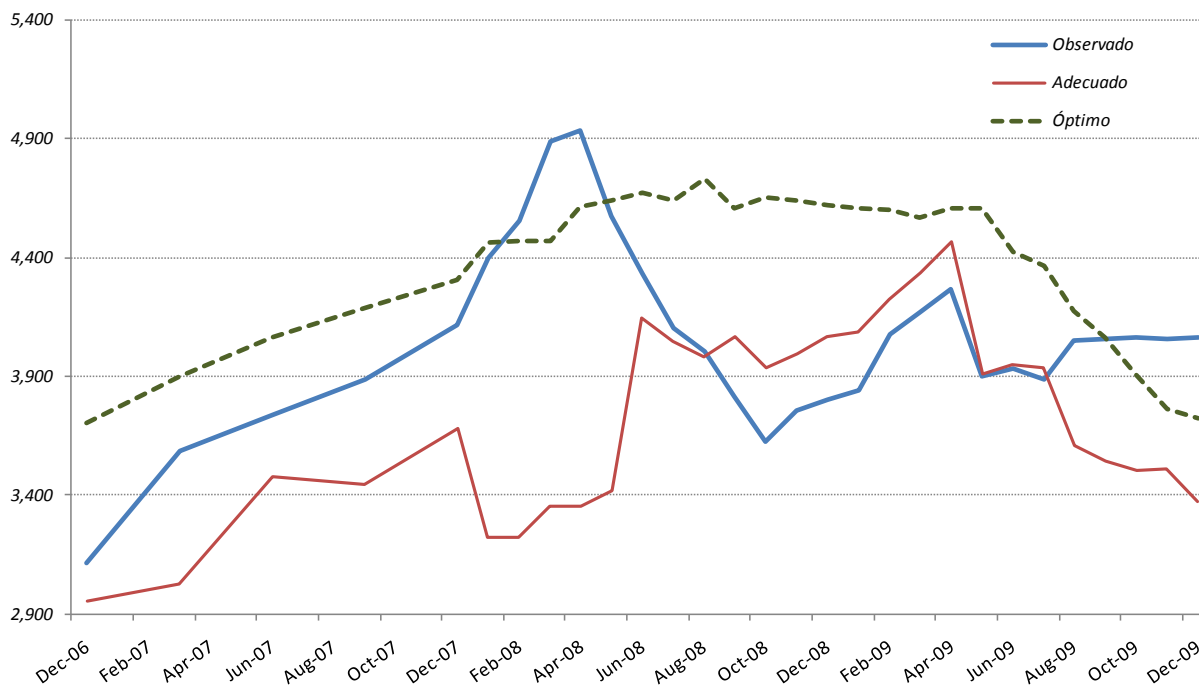
Para efectos comparativos es útil definir un escenario base a partir del cual evaluar la sensibilidad de la estimación de las reservas óptimas ante modificaciones en algunas variables. Este escenario base representa un caso extremo, en el sentido de que es el que brinda la estimación de reservas óptimas más alta de todos los escenarios.

Este escenario inicial se definió considerando: i) el costo social de una crisis de 15,9% del PIB, ii) el total de importaciones en la aproximación de la probabilidad de crisis y iii) la tasa efectiva de la deuda externa del BCCR como indicador en la estimación del costo de oportunidad de mantener reservas.

El siguiente gráfico muestra la estimación del nivel de reservas óptimo para el periodo indicado²⁶ y se compara con el nivel observado y con el que aproxima el concepto de reservas adecuadas que calcula la División Económica, el cual, como se indicó en el aparte 2.1., sigue la metodología sugerida por De Beaufort y Kapteyn (2001).

²⁶ En el Anexo 4 se muestran las cifras del nivel observado, adecuado y estimado como óptimo de reservas.

Gráfico 2: Nivel de reservas monetarias internacionales observado, adecuado y óptimo
-en millones de dólares-



Con salvedad de lo ocurrido entre los meses de febrero y abril del 2008, y el último trimestre del año 2009, el saldo observado de reservas se ha ubicado por debajo del nivel estimado como óptimo.

Cuadro 3. Costa Rica: Reservas monetarias internacionales observadas y estimaciones del nivel adecuado y óptimo

(cifras en millones de dólares)

Mes	Observado	Adecuado	Óptimo	Insuficiencia */
Dic 2006	3115	2956	3703	-588
Dic 2007	4114	3679	4309	-195
Dic 2008	3799	4068	4623	-824
Dic 2009	4066	3372	3725	341

*/ Calculada como nivel observado menos óptimo

Los niveles estimados de reservas monetarias internacionales (adecuado y óptimo) pueden utilizarse como un corredor de reservas; donde el primer indicador constituye, por su naturaleza, un nivel mínimo

de reservas, en tanto que el segundo puede considerarse como el límite superior que la economía debería disponer en respuesta a consideraciones estructurales.

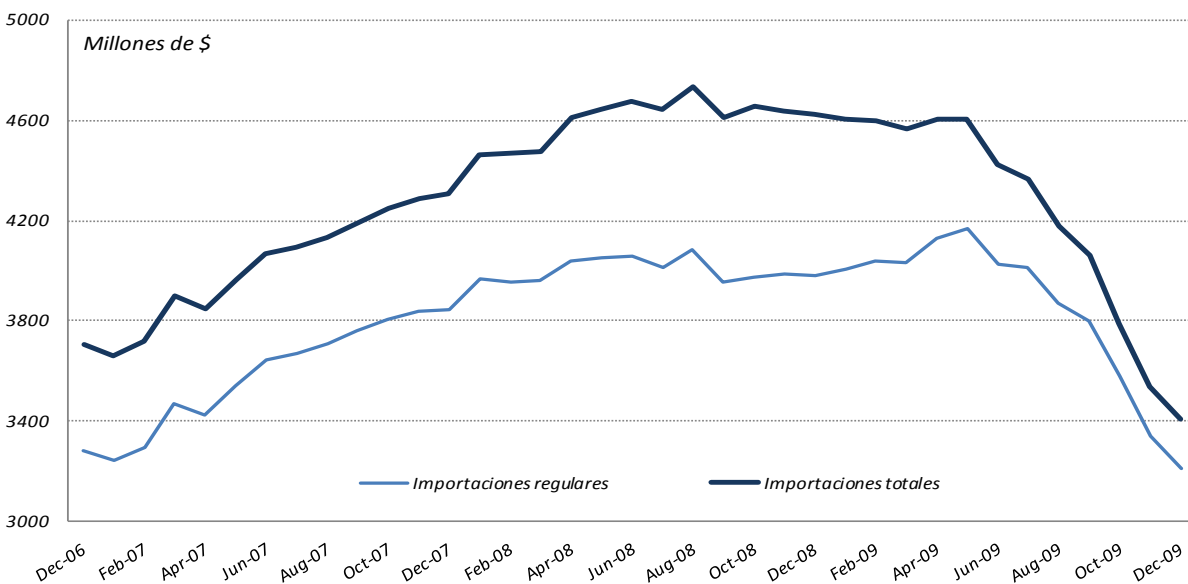
Destaca que la brecha promedio entre estos dos indicadores se ha ubicado en \$460 millones para el periodo bajo análisis, pero con un grado de variabilidad relativamente importante.

Tal como se indicó previamente, es posible estimar el nivel óptimo de reservas según se combinen los siguientes elementos del modelo:

- importaciones totales o regulares en el cálculo de la sensibilidad de la probabilidad de agotamiento reservas ante cambio en las reservas,
- costo social del agotamiento de las reservas de 7,6% o de 15,9% del PIB y
- cualquiera de los cuatro indicadores de costo de oportunidad descritos en 3.3.

A manera de ejemplo de la sensibilidad de la solución ante cambios en alguno de los parámetros anteriores, el siguiente gráfico muestra la estimación del nivel óptimo de reservas que se obtiene si a partir de la especificación del escenario base se considera las importaciones regulares en lugar del total de las importaciones.

Gráfico 3: Nivel de reservas monetarias internacionales óptimo
Estimado con importaciones totales e importaciones regulares
-en millones de dólares-



4. Conclusiones y recomendaciones

La literatura económica sobre el tema reservas monetarias internacionales hace una clara distinción entre el nivel adecuado y el óptimo de reservas. En el primero de los casos se hace hincapié en que se trata de un nivel que sigue reglas discrecionales, algunas de las cuales resultan de la experiencia internacional como es el caso de la razón de reservas a meses de importación.

La estimación del nivel adecuado de RIN que en la actualidad realiza el BCCR sigue el criterio de De Beaufort y Kapteyn (2001), cálculo que sigue un principio similar al de una “prueba ácida” pues lo que busca es disponer de un saldo de reservas que permita cubrir pasivos de corto plazo y un ataque especulativo en el equivalente del 15% de la liquidez total.

En tanto, el nivel óptimo de RIN es resultado de la optimización de una función objetivo por parte de la autoridad monetaria, justificado en la incorporación de microfundamentos a la teoría macroeconómica y la racionalidad de los agentes económicos.

El modelo utilizado en este trabajo para estimar el nivel óptimo de reservas, corresponde con el desarrollo teórico elaborado por Bassat y Gottlieb (1992). En este modelo la autoridad monetaria minimiza el costo esperado de mantener activos externos. En la definición de este costo se consideran dos elementos, por un lado, existe un costo de oportunidad asociado a mantener reservas internacionales; no obstante, mantener reservas genera beneficios para una economía. Estos beneficios se asocian al costo, económico y social, que evita un país si mantiene un saldo de reservas que le haga menos vulnerable a choques externos (monto del seguro).

La solución numérica del nivel óptimo de reservas implica el cálculo de una probabilidad de crisis, ésta última es endógena en la solución, pues a su vez depende del saldo de reservas.

La estimación del nivel de reservas óptimo se realizó considerando:

1. un costo social de agotamiento de reservas equivalente a la pérdida del 15,9% del PIB en el caso que la economía enfrente una crisis, ello de conformidad con lo sugerido por Gottlieb y el estudio realizado por López (2006),
2. el costo de oportunidad de constitución de las reservas se construyó como la diferencia entre el rendimiento medio efectivo de las reservas y la tasa de interés promedio de la deuda externa del BCCR.

Se recomienda considerar dentro de la política de administración de reservas del Banco Central una integración de los conceptos nivel adecuado y nivel óptimo de reservas internacionales.

En este sentido, el nivel óptimo puede considerarse como aquel que es socialmente deseable, en el que intervienen elementos de mediano y largo plazo (crecimiento económico, endeudamiento externo total, entre otros factores). En tanto, el nivel de reservas adecuadas responde a factores coyunturales o de corto plazo, servicio de deuda externa en el corto plazo, etc.

Es posible definir un “corredor” para las reservas internacionales que vendría delimitado por ambos indicadores, donde el Banco Central procure que el nivel efectivo de reservas internacionales se ubique en todo momento dentro de ese rango.

5. Bibliografía

- Ben-Bassat Avraham y D. Gottlieb (1992) *Optimal international reserves and sovereign risk*. Journal of International Economics 33, pp 345-362.
- Calvo, G; A Leiderman; C. Reinhart. (1996) *Inflows of capital to developing countries in the 1990's*. Journal of Economics Perspectives.
- De Beaufort W., J.A.H. y A. Kapteyn (2001). *Reserve Adequacy in Emerging Market Economies*, Working Paper No.01/43. IMF.
- Esquivel, G. y F. Larraín. (1998) *Explaining currency crises*, Mimeo.
- Frankel, J. y R. Rose. (1996) *Currency crises in emerging markets: empirical indicators*. NBER Working paper 5437.
- Frenkel, J. y B Jovanovic. (1981) *Optimal international reserves: a stochastic framework* The Economic Journal 91.
- González Diana. (2002) *Nivel de reservas adecuadas según la metodología de Beaufort y Kapteyn* (DACR-005-2002). Documento interno del Departamento de Análisis y Control de Riesgo del Banco Central de Costa Rica.
- González Diana. (2004) *Actualización del nivel óptimo de reservas* (DACR-148-2004). Documento interno del Departamento de Análisis y Control de Riesgo del Banco Central de Costa Rica.
- Hamada, K y K Ueda. (1977) *Random walks and the theory of the optimal international reserves*. The Economic Journal 76, 302.
- Heller R.(1966) *Optimal international reserves*, Economic Journal 76, pp 296-311.
- Kaminsky, G; S Lizondo y C. Reinhart. (1998) *Leading indicators of currency crises*, IMF Working paper 97/79.
- López A, F. David (2006) *Nivel de reservas internacionales y riesgo cambiario en Colombia*. Revista de Economía Institucional. Vol 8, No. 15. Segundo semestre, pp 117-159.
- Mora, Mariela y R. Serrano. (2005) *Nivel adecuado de reservas monetarias internacionales para Costa Rica* (DM-075). Documento interno del Departamento Monetario del Banco Central de Costa Rica, febrero.

- Mora, Mariela (2005). *Nivel adecuado de reservas monetarias internacionales para Costa Rica* (DM-616). Documento interno del Departamento Monetario del Banco Central de Costa Rica.
- Mulder, C. y M Rocha. (2001) *The soundness of estimates of output losses in currency crisis*, IMF working paper.
- Oliveros C, y C Varela. (1994) *Consideraciones sobre el nivel óptimo de reservas internacionales*. Borradores Semanales de Economía 5.
- Ozyildirim, S y B. Yaman (2005) *Optimal versus adequate level of reserves: evidence for Turkey*. Applied Economics, 2005, 37.
- Redondo, B. y D. González. (2001) *Nivel óptimo de reservas monetarias internacionales* (DACR-047-201). Documento interno del Departamento de Análisis y Control de Riesgo del Banco Central de Costa Rica.
- Redrano, M., J. Carrera, D. Bastourne y Ibarlurcia. (2006) *La política de la acumulación de reservas: nueva evidencia internacional*. Investigaciones Económicas Banco Central de la República de Argentina.
- Sachs, J.; A. Tornell y A Velasco. (1966) *Financial crises in emerging markets: the lessons from 1995*. Brookings papers on Economic Activity.
- Suheyla Ozyldirim y Bülent. (2005) *Optimal versus adequate level of international reserves: evidence for Turkey*. Applied Economics,; 37 pp 1157-1569.
- Triffin R (1947) *National Central Banking and International Economy* The Review of Economics Studies, 14 (2). Pp 53-75
- Vera, L. y L. Zambrano. (2005). *El nivel adecuado de reservas internacionales: notas para el caso venezolano*. Revista de Análisis Económico. Vol 20, No1, pp 63-94, Junio.
- Zárate, Cristina. (2008) *A note on optimal reserves and sovereign risk: Argentina's case 1997-2007*. MPRA paper No. 12086, Julio.

ANEXO 1

Resumen de documentos internos relativos al nivel adecuado y óptimo de reservas

Documento	Objetivo	Metodología
DACR-047-2001 “Nivel óptimo de reservas monetarias internacionales.” Mayo 2001	Determinar los niveles de Reservas Monetarias Internacionales que sería deseable mantener en los próximos años.	Sigue una idea de nivel deseado de reservas y para ello utiliza cuatro indicadores: <ul style="list-style-type: none"> • RMI / Importaciones • RMI / Dinero • RMI / Servicio de la deuda externa, según lo sugiere la Regla de Guidotti. • RMI / DCC según lo sugiere Bussiere y Mulder.
DACR-005-2002 “Nivel de reservas adecuadas según la metodología de Beaufort y Kapteyn.” Enero 2002.	Determinar el nivel adecuado de reservas aplicando la metodología sugerida por Beaufort y Kapteyn.	Este monto óptimo considera tanto la deuda de corto plazo como las potenciales salidas de capital originadas por residentes, contemplando además el riesgo país y el régimen de tipo de cambio.
DACR-148-2004. “Actualización del nivel óptimo de reservas.” Diciembre 2004.	Actualizar los cálculos realizados según la metodología del DACR-005-2002.	
DM-075-2005 “Nivel adecuado de reservas monetarias internacionales para Costa Rica.” Febrero 2005	Recopilar las principales teorías e indicadores de suficiencia de reservas utilizados en Costa Rica.	<ul style="list-style-type: none"> • Cuantifica el criterio de “Regla de Guidotti” el que se refiere a cobertura de la deuda externa de corto plazo según vencimiento residual. • Cuantifica el indicador de sugerido en la metodología de Ben-Bassat y Gottlieb. Este modelo contrasta el costo de mantener reservas con el beneficio marginal de disponerlas ya que permiten de mejor manera enfrentar crisis de balanza de pagos.
DM-616-2005 “Nivel adecuado de reservas monetarias internacionales para Costa Rica”. Diciembre 2005	Este documento es una actualización del citado anteriormente.	<ul style="list-style-type: none"> • La aplicación empírica de la metodología de Ben-Bassat y Gottlieb al caso costarricense, calcula tres variables fundamentales para la identificación del nivel óptimo de reservas de un país: la estimación de la probabilidad de agotamiento de reservas, el costo social de agotamiento de reservas y el costo de oportunidad de mantener reservas.

ANEXO 2

Modelo Ben-Bassat y Gottlieb para el cálculo del nivel óptimo de reservas.

El modelo desarrollado por Ben-Bassat y Gottlieb²⁷ para la estimación de un nivel óptimo de reservas se basa en el papel de estos activos como un saldo por precaución y el costo de oportunidad de mantener dicho acervo.

De esta forma, el nivel óptimo de reservas es aquel que minimiza la función de costos esperados de las reservas que a su vez depende del costo social que se debe enfrentar en caso de una crisis de balanza de pagos y de la probabilidad de que se presenta una crisis de esta naturaleza.

$$E(C_R) = P \cdot C_0 + (1 - P) \cdot C_1 \quad (8)$$

Dado que: $C_1 = r \cdot R$

Donde r es el costo de oportunidad de mantener reservas. Se replantea la ecuación (8) de esta forma:

$$E(C_R) = P \cdot C_0 + r \cdot R - P \cdot r \cdot R \quad (9)$$

El nivel óptimo de reservas es aquel que minimiza esta función de costos. Para identificar ese nivel óptimo primero se deriva la función con respecto a R para obtener la condición de primer orden:

$$\frac{\partial E(C_R)}{\partial R} = \frac{\partial P}{\partial R} \cdot C_0 + r - \frac{\partial P}{\partial R} \cdot r \cdot R - P \cdot r$$

$$\frac{\partial E(C_R)}{\partial R} = \frac{\partial P}{\partial R} \cdot (C_0 - r \cdot R) + r \cdot (1 - P) \quad (10)$$

Igualando a 0 la condición de primer orden y despejando R se tiene:

$$\frac{\partial P}{\partial R} (C_0 - r \cdot R) + r \cdot (1 - P) = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} (C_0 - r \cdot R) = -r \cdot (1 - P)$$

²⁷ Ben-Bassat Avraham y Daniel Gottlieb (1992). "Optimal international reserves and sovereign risk". Journal of International Economics. No.33 Pp 345-362.

$$(C_0 - r \cdot R) = -r \cdot (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1}$$

$$-r \cdot R = -r \cdot (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1} - C_0$$

$$-R = \frac{-r \cdot (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1} - C_0}{r}$$

$$-R = \frac{-r \cdot (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1}}{r} - \frac{C_0}{r}$$

$$-R = -(1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1} - \frac{C_0}{r}$$

Finalmente, el valor óptimo de R (R^*) viene dado por la expresión:

$$R^* = (1 - P) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^{-1} + \frac{C_0}{r} \quad (11)$$

Donde sus determinantes son: la probabilidad de agotamiento de reservas (P), el costo social del agotamiento de las reservas (C_0); y el costo de oportunidad de mantener reservas (r).

Se debe comprobar que se trata de un mínimo de la función, para lo cual se obtiene la condición de segundo orden partiendo de (10):

$$\frac{\partial E(C_R)}{\partial R} = \frac{\partial P}{\partial R} \cdot (C_0 - r \cdot R) + r \cdot (1 - P) = \frac{\partial P}{\partial R} \cdot C_0 - \frac{\partial P}{\partial R} \cdot r \cdot R + r - P \cdot r$$

$$\frac{\partial^2 E(C_R)}{\partial R^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial R^2} \cdot C_0 - \frac{\partial^2 P}{\partial R^2} \cdot r \cdot R - \frac{\partial P}{\partial R} \cdot r - \frac{\partial P}{\partial R} \cdot r$$

$$\frac{\partial^2 E(C_R)}{\partial R^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial R^2} \cdot (C_0 - r \cdot R) - 2r \cdot \frac{\partial P}{\partial R} \quad (12)$$

Para garantizar que efectivamente se trata de un mínimo, la expresión anterior debe ser mayor que cero. Para verificarlo se estudia cada uno de sus componentes.

Recuérdese que para aproximar la probabilidad de crisis, se hace uso de una función de tipo logístico que relaciona los indicadores que miden el desempeño macroeconómico y la probabilidad de incumplimiento:

$$P = \frac{e^f}{(1 + e^f)} \quad (13)$$

Derivando (13) respecto a R se tiene:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{\frac{\partial e^f}{\partial R} \cdot (1 + e^f) - e^f \cdot \frac{\partial (1 + e^f)}{\partial R}}{(1 + e^f)^2}$$

Sean:

$$\frac{\partial e^f}{\partial R} = f' \cdot e^f \quad y, \quad \frac{\partial (1 + e^f)}{\partial R} = f' \cdot e^f$$

Entonces:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{f' \cdot e^f \cdot (1 + e^f)}{(1 + e^f)^2} - \frac{e^f \cdot f' \cdot e^f}{(1 + e^f)^2} = \frac{f' \cdot e^f}{(1 + e^f)} - \frac{f' \cdot e^f \cdot e^f}{(1 + e^f)^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = f' \cdot P - f' \cdot P^2 = P \cdot (f' - f' \cdot P) = P \cdot f' \cdot (1 - P)$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = P \cdot f' \cdot (1 - P) \quad (14)$$

La relación entre la probabilidad de crisis y el nivel de reservas es negativa, es decir $\partial P/\partial R < 0$, para esto se cumpla se requiere que $f' < 0$, aspecto que se verá y evaluará más adelante. El siguiente término que hay que aproximar es:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = \frac{\partial P}{\partial R} \cdot (f' - f' \cdot P) + P \left(f'' - \left(f'' \cdot P + f' \cdot \frac{\partial P}{\partial R} \right) \right)$$

Esta expresión debe presentarse en una forma que facilite su interpretación:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = f' \cdot \frac{\partial P}{\partial R} - f' \cdot P \frac{\partial P}{\partial R} + f'' \cdot P - f'' \cdot P^2 - f' \cdot P \cdot \frac{\partial P}{\partial R}$$

Agrupando términos semejantes:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = (f' - f' \cdot P - f' \cdot P) \frac{\partial P}{\partial R} + f'' \cdot P \cdot (1 - P)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = (f' - 2 \cdot f' \cdot P) \cdot \frac{\partial P}{\partial R} + P \cdot f'' \cdot (1 - P)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = f' \cdot (1 - 2 \cdot P) \cdot \frac{\partial P}{\partial R} + P \cdot f'' \cdot (1 - P) \quad (15)$$

Sustituyendo $\partial P/\partial R$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = f' \cdot (1 - 2 \cdot P) \cdot f' \cdot P \cdot (1 - P) + f'' \cdot P \cdot (1 - P)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} = P \cdot (1 - P) \cdot \left((f')^2 \cdot (1 - 2 \cdot P) + f'' \right) \quad (16)$$

Para que se cumpla que (16) sea positiva debe cumplirse que:

$$P < 0,5 \quad \text{y} \quad f'' > 0$$

Como se mencionó anteriormente, f es una función que depende de las variables macroeconómicas que puede afectar la probabilidad de que la economía entre en crisis:

$$f = \alpha_0 + \alpha_1 \ln\left(\frac{R}{M}\right) + \alpha_2 e^{D/X} + \alpha_3 m + \alpha_4 \dot{y} \quad (17)$$

Donde : $D = D_n + R$, el primer término representa la deuda externa no relacionada con la política de manejo de reservas del país.

$$f' = \frac{df}{dR} = \alpha_1 \frac{1}{\left(\frac{R}{M}\right)} \frac{1}{M} + \alpha_2 \cdot \frac{1}{X} e^{D/X}$$

$$f' = \frac{df}{dR} = \frac{\alpha_1}{R} + \frac{\alpha_2}{X} e^{D/X}$$

$$f'' = \frac{d^2 f}{dR^2} = -\frac{\alpha_1}{R^2} + \frac{\alpha_2}{X^2} \cdot e^{D/X}$$

Para el caso de la estimación para Costa Rica se cumple que $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$, además $|\alpha_1| > |\alpha_2|$, con lo cual se cumple que el punto R^* constituye un mínimo. Finalmente, la ecuación que debe resolverse es la siguiente:

$$R^* = \left[P \cdot \left(\frac{\alpha_1}{R} + \frac{\alpha_2}{X} \cdot e^{D/X} \right) \right]^{-1} + \frac{C_0}{r} \quad (18)$$

Que es precisamente la ecuación (6) de la sección 2.3.

ANEXO 3

Interpretación de los principales parámetros del modelo de Ben-Bassat y Gottlieb (1992) según varios autores

Autor (es)	C_0	C_1	r	P
Ben –Bassat y Gottlieb (1992)	“Social cost of reserves depletion”, también se indica como costo del default. Se aproxima como la pérdida de producción.	Costo de oportunidad de mantener reservas. Tener reservas deriva utilidad (efecto demostración e ingreso por intereses) pero tiene costo. ($C_1=r*R$).	Tasa neta de costo de reservas, sugiere medirlo como la diferencia entre la productividad del capital y el rendimiento recibido de las reservas.	Probabilidad de agotamiento de las reservas.
Oliveros y Varela (1994)	Costo social de la disminución o agotamiento de las reservas.	Costo de oportunidad de mantener un saldo de reservas positivo, ($C_1=r*R$).		La evaluación de riesgo soberano es buen indicador de la probabilidad de incumplimiento.
López Angarita (2006)	Costo económico de quedarse sin reservas. Costo en que incurre una economía al solicitar una renegociación de la deuda y equivale a la suma de las diferencias entre el PIB potencial y el PIB posterior al cese de pagos.	Costo de oportunidad de mantener reservas. Sugiere usar la diferencia entre la tasa de endeudamiento externo y el rendimiento de las reservas, ($C_1=r*R$).	Diferencia entre tasa de interés del mercado doméstico (productividad marginal del capital) y la tasa de rendimiento de las reservas.	Sigue una función de probabilidad logística, la cual está acotada entre cero y la unidad.
Zarate Cristina (2008)	Costo social del agotamiento de reservas, equivale al costo en que incurre un país al solicitar una renegociación de la deuda (default), se mide como la diferencia entre el PIB potencial y el PIB posterior al cese de pagos.	Costo de oportunidad de mantener reservas en caso de ser positivas ($C_1=r*R$).	Diferencia entre la productividad marginal del país y la tasa de rendimiento de las reservas.	Variable no observable. Se aproxima con una función de probabilidad logística.
Ozyildirim y Yaman(2005)	Función en la suma de dos costos. Costo del producto perdido originado en el caso de países que enfrentan crisis externa o financiera. Lo cuantifica con estudios previos sobre impacto de la crisis en diferentes economías.	Costo esperado de los retornos no recibidos por la tenencia de reservas.	Diferencia entre la productividad marginal del país y la tasa de rendimiento de las reservas.	Probabilidad subjetiva de agotamiento de reservas, lo mide como la diferencia entre la tasa doméstica y la externa (cero riesgo).
Blanco y Córdoba (1996)	Costo social de agotamiento de las reservas. Sigue lo descrito por Ben –Bassat y Gottlieb (1992).	Costo de oportunidad de mantener reservas.	Diferencia entre la tasa de interés promedio de la deuda externa y el rendimiento de las reservas.	Probabilidad subjetiva de agotamiento de reservas. Función de probabilidad logística.

ANEXO 4
Estimación de RMI adecuadas y óptimas para Costa Rica

(cifras en millones de dólares)

Mes	Observado (1)	Adecuado (2)	Óptimo (3)	Diferencias entre	
				Obs. - Adec. (4)=(1)-(2)	Obs. - Ópt. (5)=(1)-(3)
Dec-06	3,115	2,956	3,703	158	-589
Mar-07	3,588	3,028	3,899	560	-311
Jun-07	3,734	3,478	4,067	256	-333
Sep-07	3,886	3,448	4,192	438	-306
Dec-07	4,114	3,679	4,309	434	-196
Jan-08	4,397	3,220	4,463	1,177	-66
Feb-08	4,555	3,220	4,471	1,334	83
Mar-08	4,891	3,355	4,473	1,536	417
Apr-08	4,937	3,355	4,613	1,582	323
May-08	4,573	3,421	4,643	1,151	-70
Jun-08	4,334	4,148	4,675	186	-341
Jul-08	4,107	4,051	4,642	56	-536
Aug-08	4,004	3,983	4,735	21	-731
Sep-08	3,814	4,067	4,609	-253	-795
Oct-08	3,625	3,934	4,656	-309	-1,030
Nov-08	3,754	3,998	4,640	-244	-886
Dec-08	3,799	4,068	4,623	-269	-824
Jan-09	3,844	4,089	4,606	-245	-762
Feb-09	4,077	4,225	4,601	-147	-524
Mar-09	4,167	4,339	4,569	-172	-402
Apr-09	4,271	4,470	4,607	-199	-336
May-09	3,901	3,913	4,608	-13	-707
Jun-09	3,936	3,951	4,423	-15	-488
Jul-09	3,884	3,936	4,364	-51	-480
Aug-09	4,052	3,607	4,176	445	-123
Sep-09	4,059	3,544	4,064	516	-5
Oct-09	4,067	3,503	3,906	564	161
Nov-09	4,060	3,514	3,764	546	295
Dec-09	4,066	3,372	3,725	694	341

Fuente: Elaboración propia.