



NOTA TÉCNICA  
N.º 011 | 2009

***Pruebas de raíz unitaria con cambio estructural  
de Lee y Strazicich***

Adolfo Rodríguez Vargas

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

# Pruebas de raíz unitaria con cambio estructural de Lee y Strazicich

Adolfo Rodríguez Vargas\*

Las ideas expresadas en este documento son del autor y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

## Resumen

Es importante disponer de métodos de prueba que excluyan rechazos de la hipótesis nula de raíz unitaria debido a la presencia de cambios estructurales. En concordancia, el propósito de esta nota técnica es exponer uno de estos métodos: la prueba de raíz unitaria de Lee y Strazicich (2003), para dos cambios estructurales (en adelante, LS-2). Existe una versión de esta prueba para un solo cambio estructural, Lee y Strazicich (2004), pero la notación, la derivación del estadístico de prueba y sus propiedades son idénticas a la prueba de dos quiebres, por lo que su explicación se omite de esta nota. En la sección 2 de este documento se explica brevemente el procedimiento de la prueba LS-2, así como sus propiedades más relevantes y en la sección 3 se incluye un ejemplo de cómo realizar e interpretar ambas versiones de la prueba mediante el programa econométrico WinRATS.

**Palabras clave:** Prueba de raíz unitaria, Cambio estructural.

**Clasificación JEL:** C12, C22, C32.

---

\* Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. [rodriguezva@bccr.fi.cr](mailto:rodriguezva@bccr.fi.cr)

# Unit Root Tests With Structural Change of Lee and Strazicich

Adolfo Rodríguez Vargas <sup>†</sup>

The ideas expressed in this paper are those of the author and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

**Key words:** Unit root test, Structural change.

**JEL codes:** C12, C22, C32.

---

<sup>†</sup> Department of Economic Research. Email address [rodriguezva@bccr.fi.cr](mailto:rodriguezva@bccr.fi.cr)

## Contenido

1. Introducción .....	2
2. Prueba de Lee y Strazicich para dos cambios estructurales .....	3
3. Implementación de pruebas de Lee y Strazicich mediante WinRATS .....	6
4. Consideraciones finales .....	9
5. Bibliografía .....	11
6. Anexos.....	12

## 1. Introducción

El tema de la existencia de raíces unitarias en series de datos económicos ha recibido especial atención en la literatura de las últimas tres décadas, en particular a partir del estudio de Nelson y Plosser (1982), en el que se argumenta que choques actuales tienen un efecto permanente en el nivel de largo plazo de la mayoría de series macroeconómicas y financieras. Estudios posteriores debatieron esa visión, proponiendo que la respuesta de largo plazo a los choques actuales depende del tamaño relativo de los choques temporales y de los choques permanentes<sup>1</sup>. Como es de esperar, una buena parte de los estudios publicados desde entonces se ha ocupado de desarrollar métodos de prueba para determinar la presencia de raíces unitarias.

Las pruebas de raíz unitaria desarrolladas por Dickey y Fuller (1979, 1981), que se encuentran entre las más utilizadas en el trabajo aplicado, se basan en una hipótesis nula que no considera cambios estructurales de ningún tipo en la serie de tiempo en estudio. Así pues, en presencia de quiebres estructurales la inferencia realizada a partir de estas pruebas podría perder validez.

Uno de los primeros estudios en tomar en cuenta la posibilidad de cambios estructurales a la hora de realizar pruebas de raíz unitaria fue el de Perron (1989), que desarrolló una versión modificada de la prueba Dickey-Fuller que incluye un quiebre estructural exógeno, es decir, conocido a priori. Trabajos posteriores modificaron ese procedimiento para estimar endógenamente el punto de quiebre ( $T_B$ ). Actualmente, las pruebas de raíz unitaria que permiten la estimación endógena del punto de quiebre son frecuentemente utilizadas, por ejemplo la prueba de *t mínimo* desarrollada por Zivot y Andrews (1992) y la prueba de Perron (1997).

Sin embargo, en estos dos últimos métodos se deriva el estadístico de prueba partiendo de una hipótesis nula de raíz unitaria *sin cambios estructurales*. Por consiguiente, la hipótesis alternativa relevante en esos casos no es “estacionariedad con cambios estructurales” sino “presencia de cambios estructurales”, lo cual incluye la posibilidad de raíz unitaria *con* quiebres estructurales. Así pues, en esas pruebas el rechazo de la hipótesis nula no necesariamente excluye la existencia de raíz unitaria propiamente, sino que podría indicar rechazo de una raíz unitaria *sin quiebres*.

Es importante, por consiguiente, disponer de métodos de prueba que excluyan rechazos de la hipótesis nula de raíz unitaria debidos a la presencia de cambios estructurales. En concordancia, el propósito de esta nota técnica es exponer uno de estos métodos: la prueba de raíz unitaria de Lee y Strazicich (2003), para dos cambios estructurales (en adelante, LS-2). Existe una versión de esta prueba para un solo cambio estructural, Lee y Strazicich (2004), pero la notación, la derivación del estadístico de prueba y sus propiedades son idénticas a la prueba de dos quiebres, por lo que su explicación se omite de esta nota. En la siguiente sección se explica brevemente el procedimiento de la prueba LS-2, así como sus propiedades más relevantes y en la sección 3 se incluye un ejemplo de cómo realizar e interpretar ambas versiones de la prueba mediante el programa econométrico WinRATS.

---

<sup>1</sup> Ver, entre otros, Campbell y Mankiw (1987a, 1987b) y Christiano y Eichenbaum (1989).

## 2. Prueba de Lee y Strazicich para dos cambios estructurales

Lee y Strazicich (2001) demostraron que las pruebas de Zivot-Andrews y de Perron (1997) estiman incorrectamente la fecha del punto de quiebre, tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa, ubicándola consistentemente en  $(T_B - 1)$ , un período antes del verdadero período  $T_B$ . Encuentran que cuando se utiliza el punto de quiebre incorrecto todos los parámetros estimados en las regresiones de prueba son sesgados. El sesgo se maximiza precisamente en  $(T_B - 1)$  y esto lleva a que el estadístico de prueba sea mínimo en ese período. De acuerdo con sus resultados, la probabilidad de estimar bien el período de quiebre disminuye conforme aumenta el tamaño del quiebre estructural, mientras que el valor absoluto del estadístico aumenta. Por consiguiente, en presencia de cambios estructurales bajo la hipótesis nula el estadístico de las pruebas de Zivot-Andrews y de Perron (1997) presenta distorsiones de magnitud que resultan en rechazos espurios de dicha hipótesis.

Con el fin de corregir estas distorsiones, Lee y Strazicich (2003) desarrollaron una prueba de raíz unitaria basada en el principio del multiplicador de Lagrange (LS-2). Esta prueba parte del esquema establecido en Perron (1989), que considera tres modelos de cambio estructural: un modelo A en el que se da un único cambio en el nivel, un modelo B que permite un cambio en la pendiente de la tendencia y un modelo C que permite cambios tanto en nivel como en tendencia. En LS-2 se adaptan los modelos A y C para realizar una prueba implementada mediante el principio de multiplicador de Lagrange y que considera dos cambios estructurales. Se omite el modelo B por cuando se considera que la mayoría de series de tiempo económicas pueden describirse adecuadamente mediante el modelo A o el modelo C.

Para la prueba LS-2 el proceso generador de datos está dado por<sup>2</sup>

$$(1) \quad y_t = \delta' Z_t + e_t, \quad e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t$$

Aquí  $Z_t$  es un vector de variables exógenas y  $\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2)$ .

En el caso del modelo A se incluye dos cambios en el intercepto bajo la hipótesis alternativa. El modelo puede describirse mediante el vector

$$Z_t = [1 \quad t \quad D_{1t} \quad D_{2t}]'$$

donde cada  $D_{jt}$ , para  $j = 1, 2$ , es una variable dicotómica que es igual a 1 cuando  $t \geq T_{Bj} + 1$  e igual a 0 en otro caso. Cada punto  $T_{Bj}$  corresponde a un período en el cual ocurre un cambio estructural.

El modelo C incluye dos cambios en el intercepto y dos en la tendencia, y se describe mediante el vector

$$Z_t = [1 \quad t \quad D_{1t} \quad D_{2t} \quad DT_{1t} \quad DT_{2t}]'$$

en el cual cada variable  $DT_{jt}$  es igual a  $(t - T_{Bj})$  cuando  $t \geq T_{Bj} + 1$  e igual a 0 en otro caso. Las variables  $D_{jt}$  se definen como en el modelo A.

<sup>2</sup> En adelante se sigue la notación de Lee y Strazicich (2003).

El punto crucial es que en esta prueba el proceso generador de datos permite quiebres bajo la hipótesis nula ( $\beta=1$ ) y la alternativa ( $\beta<1$ ), de modo que se tiene:

### Modelo A

Hipótesis nula<sup>3</sup>:

$$(2) \quad y_t = \mu_0 + d_1 B_{1t} + d_2 B_{2t} + y_{t-1} + v_{1t}$$

Hipótesis alternativa:

$$(3) \quad y_t = \mu_1 + \gamma t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + v_{2t}$$

### Modelo C

Hipótesis nula:

$$(4) \quad y_t = \mu_0 + d_1 B_{1t} + d_2 B_{2t} + d_3 D_{1t} + d_4 D_{2t} + y_{t-1} + v_{1t}$$

Hipótesis alternativa:

$$(5) \quad y_t = \mu_1 + \gamma t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + d_3 DT_{1t} + d_4 DT_{2t} + v_{2t}$$

En ambos casos  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$  son términos de error estacionarios y  $B_{jt} = 1$  para  $t = T_{Bj} + 1$ . Perron (1989) demostró que incluir los términos  $B_{jt}$  es necesario para asegurar que la distribución asintótica del estadístico de prueba no dependa de la magnitud de los quiebres estructurales, dada por  $d_i$ .

Nótese que en estos modelos las hipótesis nulas implican cambios no permanentes en el nivel de la serie y cambios permanentes en su intercepto. Así pues, el rechazo de la hipótesis nula implicará estacionariedad sin ambigüedad alguna. Por el contrario, la hipótesis nula en la prueba de Zivot-Andrews es  $y_t = \mu_0 + y_{t-1} + v_{1t}$  para ambos modelos, por lo que no se considera la posibilidad de cambios estructurales. En consecuencia, las inferencias realizadas con dicha prueba serían válidas únicamente en ausencia de quiebres bajo la hipótesis nula. Véase el Anexo 1 para un resumen de las hipótesis nula y alternativa en varias pruebas de raíz unitaria.

Partiendo de estos modelos, la prueba de raíz unitaria para dos cambios estructurales se obtiene de la regresión siguiente, estimada mediante el principio del multiplicador de Lagrange:

<sup>3</sup> Se tiene que  $y_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 D_{1t} + \delta_3 D_{2t} + e_{t-1} + \varepsilon_{1t}$  de donde, sustituyendo para  $e_{t-1}$ :

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 D_{1t} + \delta_3 D_{2t} + (y_{t-1} - \delta_0 - \delta_1(t-1) + \delta_2 D_{1t-1} + \delta_3 D_{2t-1}) + \varepsilon_{1t}$$

$y_t = (\delta_0 - \delta_0) + \delta_1(t-t) + \delta_1 + \delta_2(D_{1t-} - D_{1t-1}) + \delta_3(D_{2t-} - D_{2t-1}) + y_{t-1} + \varepsilon_{1t}$ , a partir de donde se obtiene la expresión para la hipótesis nula. La expresión para la hipótesis nula del modelo C se obtiene de una manera similar.

$$(6) \Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t$$

En la ecuación (6) se tiene:

$$\tilde{S}_{t-1} = y_t - \tilde{\Psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$$

$$t = 2, \dots, T;$$

$\tilde{\delta}$  es el vector de coeficientes estimado de la regresión de  $\Delta y_t$  sobre  $\Delta Z_t$

$\tilde{\Psi}_x = y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ , donde  $y_1$  y  $Z_1$  son las primeras observaciones de  $y_t$  y de  $Z_t$ , respectivamente.

La hipótesis de raíz unitaria corresponde a  $\phi = 0$ . Nótese que la regresión de prueba (6) se basa en  $\Delta Z_t$  en vez de  $Z_t$ <sup>4</sup>. Para tomar en cuenta errores autocorrelacionados puede incluirse términos  $\Delta \tilde{S}_{t-s}$  ( $s = 1, \dots, k$ ) en la ecuación (6), de la misma forma que en la prueba Dickey-Fuller Aumentada. El rezago  $k$  se determina mediante el procedimiento usual “general a específico” de Perron (1989).

Por ser una prueba basada en el principio del Multiplicador de Lagrange, se obtiene dos estadísticos:

$$(7) \tilde{\rho} = T \tilde{\phi}$$

$$(8) \tilde{\tau} = \text{estadístico } t \text{ para la hipótesis nula } \phi = 0$$

El estadístico usado más frecuentemente es  $\tilde{\tau}$ .

Los puntos de quiebre  $T_{Bj}$  se determinan de manera endógena, por medio de una búsqueda de malla<sup>5</sup>. Se ubican donde el estadístico de prueba se minimice:

$$(9) \text{Inf} \tilde{\tau}(\tilde{\lambda}) = \text{Inf}_{\lambda} \tilde{\tau}(\lambda)$$

Lee y Strazicich demuestran que en el caso del modelo A la distribución asintótica bajo la nula para los estadísticos de sus pruebas no se ve modificada por el tamaño de los quiebres, dado por los  $d_i$ , o por su localización relativa, denotada mediante  $\lambda_j = T_{Bj}/T$ .

Para el caso del modelo C, sin embargo, la distribución asintótica para los estadísticos depende ligeramente del parámetro de localización  $\lambda_j$ . No obstante, el estadístico mínimo de las pruebas no diverge en presencia de quiebres estructurales bajo la hipótesis nula.

Esta propiedad de invariancia de las pruebas de Lee y Strazicich implica que no están sujetas a rechazos espurios de la hipótesis nula. Independientemente de la presencia de un quiebre estructural, la

<sup>4</sup> Con  $\Delta D_{jt} = B_{jt}$  y  $\Delta DT_{jt} = D_{jt}$

<sup>5</sup> Como es usual en este tipo de pruebas, la búsqueda se realiza sobre un rango  $[c, 1-c]$ , donde se elimina  $c$  por ciento de las observaciones en cada extremo de la muestra.

distribución bajo la nula del estadístico sigue estando bien definida. Así pues, en el trabajo práctico no es necesario simular nuevos valores críticos, por cuanto no dependen de la magnitud o de la localización de los quiebres estructurales. Como se mencionó al inicio, la prueba de Zivot-Andrews no presenta la propiedad de invariancia, pues su distribución asintótica bajo la nula depende del parámetro de ubicación  $\lambda_j$ .

Lee y Strazicich (2003, 2004) calcularon valores críticos para sus pruebas de raíz unitaria con uno y dos cambios estructurales para los modelos A y C, para varios  $\lambda_j$  y asumiendo una muestra  $T= 100$ . Estos valores críticos pueden consultarse en el Anexo 2. Para determinar la conclusión de la prueba, se utiliza la regla de decisión usual: si el estadístico de la prueba es *menor* al valor crítico relevante, se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria.

### 3. Implementación de pruebas de Lee y Strazicich mediante WinRATS

#### 3.1 Aspectos generales

A lo largo de la sección 3 se expone un ejemplo de implementación de las pruebas de Lee y Strazicich (2003, 2004) mediante el programa econométrico WinRATS. Es necesario contar con el módulo LSUNIT, cuyo código fue escrito por Thomas Doan, de Estima. Este módulo se incorporará a la versión 7.0 de WinRATS y se encuentra disponible en la página de la compañía<sup>6</sup>. Se utiliza mediante el comando `@lsunit(opciones)`, cuyos parámetros y opciones se explican a continuación (los corchetes indican las opciones predeterminadas).

**MODEL=[CRASH]/BREAK.** Indica el modelo de cambio estructural a utilizar. La opción CRASH se refiere al modelo A explicado en la sección 2, y la opción BREAK al modelo C.

**BREAKS=[2].** Se refiere al número de quiebres estructurales a utilizar en la prueba. Si se utiliza 1 o 2, los resultados corresponden a las pruebas de Lee y Strazicich. Si se indica 0, la prueba corresponde a la de Schmidt y Phillips (1992). Sin embargo, el programa permite cualquier valor positivo.

**LAGS.** Indica el número de rezagos a utilizar en la regresión de prueba de la ecuación (6).

**METHOD= [FIXED]GTOS.** Indica la forma de incluir los rezagos en las regresiones de prueba. Si se utiliza la opción FIXED, el número de rezagos de la opción LAGS se incluye en todas las regresiones. Si se utiliza la opción GTOS, se utiliza el método “general a específico” sugerido por Perron (1989), en el que los rezagos se eliminan de la regresión en tanto el nivel de significancia del estadístico t correspondiente sea mayor que el valor definido en la opción SLSTAY.

---

<sup>6</sup> <http://www.estima.com/cgi-bin/testfile.cgi?Version=700&Revision=Any&Subject=Unit+root&Reference=Any>

**SLSTAY.** Indica el nivel de significancia mínimo para mantener cada rezago cuando se utiliza la opción METHOD = GTOS. Se utiliza 0.1 a menos que se indique lo contrario.

**PI.** Fracción de las observaciones excluidas en cada extremo de la muestra, e intervalo mínimo entre puntos de quiebre. Corresponde a la *c* de la nota 4. Se usa 0.1 a menos que se indique lo contrario.

### 3.2 Código del programa

El programa incluido en esta sección permite obtener los resultados de las pruebas de Lee y Strazicich para 1 y 2 cambios estructurales, para el modelo A y el modelo C descritos en la sección 2, y se aplica a una serie de datos para el período junio 2006 – octubre 2008.

Nótese que se incluye un máximo de 37 rezagos en la opción LAGS, que corresponde al valor predeterminado por Estima en el módulo para la prueba de Zivot-Andrews, y que corresponde a un 25% del tamaño de muestra. Se incluye una instrucción `dofor` con el fin de tener la opción de realizar las pruebas para varias series mediante el mismo programa. En este ejemplo el índice *i* incluye solo una variable pero podría incluir varias series a las que se desea aplicar las pruebas LS1 y LS2.

```
**** PROGRAMA PARA IMPLEMENTAR LAS PRUEBAS DE LEE Y STRAZICICH CON 1 Y 2
**** CAMBIOS ESTRUCTURALES, MODELOS CON CAMBIO EN INTERCEPTO Y CON CAMBIO EN
**** INTERCEPTO Y TENDENCIA

source lsunit.src
calendar 1996 06 12
all 0 2008:10

open data ejemplo.xls
data(for=xls,org=obs) / X

dofor i = X

  *UN SOLO CAMBIO*
  *CAMBIO EN INTERCEPTO*
  @lsunit(breaks=1,pi=.1,lags=37,method=gtos,model=crash) i

  *CAMBIO EN INTERCEPTO Y TENDENCIA*
  @lsunit(breaks=1,pi=.1,lags=37,method=gtos,model=break) i

  *DOS CAMBIOS*
  *CAMBIO EN INTERCEPTO*
  @lsunit(breaks=2,pi=.1,lags=37,method=gtos,model=crash) i

  *CAMBIO EN INTERCEPTO Y TENDENCIA*
  @lsunit(breaks=2,pi=.1,lags=37,method=gtos,model=break) i

end dofor
```

### 3.3 Resultados de la ejecución del programa

En el Anexo 3 se muestra la lista completa de resultados de la ejecución del programa incluido en la sección 3.2. El producto del programa WinRATS consiste de 4 bloques de información, uno para cada una de las 4 pruebas realizadas (con 1 o 2 cambios, para modelos A o C). A continuación se presenta el último de estos bloques, correspondiente a la prueba para 2 cambios, para el modelo C. La información de interés se presenta en negrita.

```
Lee-Strazicich Unit Root Test, Series X
Regression Run From 1999:08 to 2008:10
Observations      111
Trend Break Model with 2 breaks
With 37 chosen from 37
```

Variable	Coefficient	T-Stat
S{1}	-0.8305	<b>-3.6187</b>
Constant	-0.0260	-3.3230
D(2000:06)	0.0026	0.4719
DT( <b>2000:06</b> )	0.0115	2.9101
D(2005:09)	0.0104	2.1988
DT( <b>2005:09</b> )	-0.0026	-2.1393

Puede apreciarse que los resultados provistos por WinRATS para cada prueba se presentan de manera bastante sintética en comparación con otras pruebas de raíz unitaria. Varias observaciones son pertinentes:

- El estadístico de prueba, como se explicó en la sección 2, corresponde al estadístico t para la hipótesis  $\phi = 0$  en la ecuación (6).
- Las fechas estimadas de ocurrencia de los quiebres se indican entre paréntesis junto a las variables dicotómicas D y DT.
- Los resultados de la regresión de prueba se presentan abreviados, sin incluir detalles para los rezagos de la variable dependiente.
- El módulo de WinRATS no proporciona los valores críticos relevantes, por lo que el usuario debe procurar tener disponibles las tablas de valores críticos calculados por Lee y Strazicich (op. cit), que se adjuntan en el Anexo 2.

Así por ejemplo, para el caso presentado arriba, el de la prueba con 2 quiebres estructurales para el modelo con cambio tanto en intercepto como en tendencia (*Trend Break Model*), el estadístico tiene un valor de -3.6187 y las fechas estimadas de quiebre son junio de 2000 y septiembre de 2005. La información relevante para todas las pruebas se resume en el Cuadro 1.

**Cuadro 1**  
**Pruebas de raíz unitaria Lee – Strazicich**  
 Período 1996m6 – 2008m10

Prueba para 1 cambio estructural					
Variable	Cambio en intercepto			Cambio en intercepto y tendencia	
	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión	
X	0.4242    2003:12	I(1)	-2.8847    2002:01	I(1)	
Prueba para 2 cambios estructurales					
Variable	Cambio en intercepto		Cambio en intercepto y tendencia		
	Estadístico t y fechas	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión	
X	0.0636    2003:12 2005:09	I(1)	-3.6187    2000:06 2005:09	I(1)	

FUENTE: elaboración propia

Un aspecto que requiere especial atención es la elección de los valores críticos. Para escoger los valores críticos adecuados debe tenerse claro:

- a- Cuántos quiebres se incluyeron en la prueba.
- b- Cuál modelo (A o C) se utilizó.
- c- En el caso del modelo C, la localización relativa de los quiebres estimados dentro de la muestra ( $\lambda_j = T_{Bj}/T$ ), dado que el valor crítico depende ligeramente de ellos.

Por ejemplo, para la prueba de dos cambios estructurales, utilizando el modelo C, se tiene que las fechas de quiebre estimadas son junio de 2000 y septiembre de 2005. Estas fechas representan las observaciones 49 y 112 de una muestra de 149, así que los  $\lambda_j$  correspondientes vienen dados por  $\lambda_1 = 49/149 = 0.329$  y  $\lambda_2 = 112/149 = 0.751$ . Puede verificarse en el Cuadro 2 del Anexo 2 que los valores críticos más adecuados para el modelo C, con 2 cambios y los  $\lambda_j$  citados corresponden a los dados para los  $\lambda_1 = 0.4$  y  $\lambda_2 = 0.8$ . Estos valores son -6.42 al 1%, -5.65 al 5% y -5.32 al 10%<sup>7</sup>. El estadístico de prueba para este caso, -3.6187, es mayor a cualquiera de los valores críticos relevantes, por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria.

#### 4. Consideraciones finales

Las pruebas de raíz unitaria con cambio estructural de Lee y Strazicich expuestas en esta nota son una opción atractiva por dos razones:

<sup>7</sup> En vez de utilizar los  $\lambda_j$  más cercanos, también se suele interpolar los valores críticos adecuados.

- Es posible realizar una prueba para 2 cambios estructurales, a diferencia de la mayoría de pruebas de raíz unitaria con cambio estructural, que permiten solamente un cambio. Esto brinda mayor flexibilidad para aplicar la prueba.
- La prueba parte de una hipótesis nula de raíz unitaria con cambio estructural. Esto la diferencia de las pruebas más utilizadas, como Zivot-Andrews y Perron (1997), que parten de una hipótesis nula de raíz unitaria sin cambios estructurales. Los autores concluyen que esta diferencia hace que un rechazo de la hipótesis nula mediante las pruebas LS implique estacionariedad sin las ambigüedades asociadas a otras pruebas.

En la práctica, la decisión de cuáles pruebas de raíz unitaria utilizar debería depender en buena medida del criterio técnico basado en conocimiento previo sobre las series de tiempo en estudio, por ejemplo, conocimiento sobre la existencia de eventos que justifiquen la presencia de cambio estructural. No existe una forma general de decidir cuándo una prueba es más adecuada que otra, sino que debe tomarse en cuenta los alcances y limitaciones de la prueba, y las características de la serie en cuestión.

No obstante, es deseable que la aplicación de las diferentes pruebas de raíz unitaria se lleve a cabo de la forma más sistemática posible, con el fin de uniformar los criterios de decisión. En este sentido, el Departamento de Investigación Económica del Banco Central de Costa Rica ha desarrollado un protocolo de referencia para la aplicación de pruebas de raíz unitaria, con el fin de uniformar los métodos de prueba y conclusión utilizados por sus investigadores. La descripción y la fundamentación de dicho protocolo se encuentran en un informe técnico en proceso (Castrillo y Rodríguez, 2009).

## 5. Bibliografía

- Campbell, J.Y. y N.G. Mankiw (1987a). Permanent and Transitory Components in Macroeconomic Fluctuations. *American Economic Review: Papers and Proceedings*, 77(2), pp. 111-117.
- Campbell, J. Y. y N.G. Mankiw (1987b). Are Output Fluctuations Transitory? *Quarterly Journal of Economics*, 102(4), pp. 875-880.
- Castrillo, D. y A. Rodríguez (2009). *Protocolo para aplicación de pruebas de raíz unitaria* (Informe Técnico en proceso, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Christiano, L. J. y M. Eichenbaum (1989). *Unit Roots in Real GNP: Do We Know, and Do We Care?* (Discussion Paper 18, Institute for Empirical Macroeconomics). Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Dickey, D. A. y W.A. Fuller (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.
- Dickey, D. A. y W.A. Fuller (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Econometrica*, 49(4), pp. 1057-1072.
- Lee, J. y M. Strazicich (2001). Break point estimation and spurious rejections with endogenous unit root tests. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 63(5), pp. 535-558.
- Lee, J. y M. Strazicich (2003). Minimum LM Unit Root Test with Two Structural Breaks. *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp. 1082-1089.
- Lee, J. y M. Strazicich (2004). *Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break*. Appalachian State University Working Paper, disponible en: <http://econ.appstate.edu/RePEc/pdf/wp0417.pdf>
- Nelson, C. y C. Plosser (1982). Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), pp. 139-162.
- Perron, P. (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Econometrica*, 57(6), pp. 1361-1401.
- Perron, P. (1997). Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables. *Journal of Econometrics*, 80, pp. 355-385.
- Schimdt, P. y P.C.B. Phillips (1992). LM Tests for a unit root in the Presence of Deterministic Trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), pp. 257-287.
- Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis Source. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), pp. 251-270.

## 6. Anexos

### 6.1 Anexo 1. Resumen de hipótesis para varias pruebas de raíz unitaria

Resumen de hipótesis nula y alternativa para varias pruebas de raíz unitaria

		Dickey-Fuller Aumentada	Phillips-Perron	Zivot-Andrews	Perron (1997)	Lee-Strazicich (1 cambio)	Lee-Strazicich (2 cambios)
HIPÓTESIS NULA	Raíz unitaria sin cambio estructural	✓	✓	✓	✓		
	Raíz unitaria con cambio estructural					✓	✓
HIPÓTESIS ALTERNATIVA	Estacionariedad sin cambio estructural	✓	✓				
	Estacionariedad con cambio estructural			✓	✓	✓	✓

## 6.2 Anexo 2. Valores críticos para las pruebas de Lee y Strazicich

**Cuadro 2**  
**Valores críticos de la prueba de raíz unitaria de Lee-Strazicich (2003) para dos cambios estructurales**  
 $T = 100$

<b>Modelo A</b>			
	1%	5%	10%
$\tau$	-4.545	-3.842	-3.504
$\rho$	-35.726	-26.894	-22.892

  

<b>Modelo C<sup>1</sup></b>			
<i>Estadístico <math>\tau</math></i>			
	$\lambda_2$		
$\lambda_1$	0.4	0.6	0.8
0.2	-6.16, -5.59, -5.27	-6.41, -5.74, -5.32	-6.33, -5.71, -5.33
0.4	-	-6.45, -5.67, -5.31	-6.42, -5.65, -5.32
0.6	-	-	-6.32, -5.73, -5.32

  

<i>Estadístico <math>\rho</math></i>			
	$\lambda_2$		
$\lambda_1$	0.4	0.6	0.8
0.2	-55.4, -47.9, -44.0	-58.6, -49.9, -44.4	-57.6, -49.6, -44.6
0.4	-	-59.3, -49.0, -44.3	-58.8, -48.7, -44.5
0.6	-	-	-57.4, -49.8, -44.4

1/ Los valores críticos listados son al 1%, 5% y 10% de significancia, respectivamente. Se puede interpolar los valores críticos para puntos de quiebre  $\lambda_j$  adicionales.

FUENTE: Lee y Strazicich (2003)

**Cuadro 3**  
**Valores críticos de la prueba de raíz unitaria de Lee-Strazicich (2004) para un cambio estructural**  
*T = 100*

<b>Modelo A<sup>1</sup></b>			
	1%	5%	10%
$\tau$	-4.239	-3.566	-3.211

  

<b>Modelo C</b>			
<i>Estadístico <math>\tau</math></i>			
$\lambda$	1%	5%	10%
0.1	-5.11	-4.50	-4.21
0.2	-5.07	-4.47	-4.20
0.3	-5.15	-4.45	-4.18
0.4	-5.05	-4.50	-4.18
0.5	-5.11	-4.51	-4.17

1/ Los autores solo proporcionan valores críticos para  $\tau$   
 FUENTE: Lee y Strazicich (2004)

### 6.3 Anexo 3. Resultados de WinRATS para pruebas de Lee y Strazicich

Lee-Strazicich Unit Root Test, Series X  
 Regression Run From 1999:08 to 2008:10  
 Observations 111  
**Crash Model with 1 breaks**  
 With 37 chosen from 37

Variable	Coefficient	T-Stat
S{1}	0.0234	<b>0.4242</b>
Constant	0.0020	0.5497
D(2003:12)	0.0015	0.2846

Lee-Strazicich Unit Root Test, Series X  
 Regression Run From 1999:08 to 2008:10  
 Observations 111  
**Trend Break Model with 1 breaks**  
 With 37 chosen from 37

Variable	Coefficient	T-Stat
S{1}	-0.2447	<b>-2.8847</b>
Constant	-0.0091	-2.7786
D(2002:01)	-0.0067	-1.1210
DT(2002:01)	0.0072	2.9711

Lee-Strazicich Unit Root Test, Series X  
 Regression Run From 1999:08 to 2008:10  
 Observations 111  
**Crash Model with 2 breaks**  
 With 37 chosen from 37

Variable	Coefficient	T-Stat
S{1}	0.0037	<b>0.0636</b>
Constant	0.0006	0.1585
D(2003:12)	0.0020	0.3746
D(2005:09)	0.0085	1.5790

Lee-Strazicich Unit Root Test, Series X  
 Regression Run From 1999:08 to 2008:10  
 Observations 111  
**Trend Break Model with 2 breaks**  
 With 37 chosen from 37

Variable	Coefficient	T-Stat
S{1}	-0.8305	<b>-3.6187</b>
Constant	-0.0260	-3.3230
D(2000:06)	0.0026	0.4719
DT(2000:06)	0.0115	2.9101
D(2005:09)	0.0104	2.1988
DT(2005:09)	-0.0026	-2.1393