



DOCUMENTO DE TRABAJO
N.º 001 | 2012

**Métodos de desagregación temporal con indicadores:
Una aplicación para las actividades de la industria de
Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones**

Carlos Chaverri Morales

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.



Métodos de desagregación temporal con indicadores

Una aplicación para las actividades de la industria de Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones

Carlos Chaverri Morales*

Las ideas expresadas en este documento son del autor y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

Resumen

En este documento se lleva a cabo un ejercicio de desagregación temporal de las series de valor agregado anuales en constantes de las actividades de la industria de Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones. El mismo se llevó a cabo para comparar los resultados obtenidos mediante tres métodos: el Bassie (1958) en sus versiones aditiva y multiplicativa, el Chow Lin (1971) y el Denton (1971). El primer método se aplicó utilizando Excel, el segundo con el programa del mismo nombre desarrollado en el BCCR y el tercero con el programa Bench elaborado por la Oficina de Estadísticas del Canadá.

Palabras clave: Series de tiempo.

Clasificación JEL: C1, C32.

* Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. chaverrimc@bccr.fi.cr

Methods of Temporal Disaggregation With Indicators

Carlos Chaverri Morales [†],

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

Abstract

This paper conducts an exercise of temporal disaggregation of the value added series (in real terms) for the industry of transportation, storage and communications. This was done in order to compare the results obtained by three methods: Bassie (1958) in additive and multiplicative versions, Chow Lin's (1971) and Denton's (1971). The first method was applied using Excel, the second one using the program named as the author's method developed by the BCCR, and the third one with the Bench program created by the Office of Statistics Canada.

Key words: Time series.

JEL codes: C1, C32.

[†] Department of Economic Research. Email address. chaverrimc@bccr.fi.cr

Métodos de desagregación temporal con indicadores

Contenido

1. Introducción	1
2. Descripción de los métodos seleccionados	2
2.1 Método de Bassie (1958)	2
2.2 Método de Denton (1971)	3
2.3 Método de Chow Lin (1971)	4
3. Resumen simplificado de las ventajas y desventajas de los métodos analizados. ...	4
4. Fuentes de información	6
5. Resultados obtenidos	7
5.1 Pruebas de ajuste	12
5.2 El “<i>step problem</i>” ó escalonamiento.	14
6. Conclusiones.....	16
7. Bibliografía	20
8. Anexos	21
Anexo 1: Métodos utilizados	21
Anexo 2: Otras técnicas de trimestralización.....	25

1. Introducción

A partir de la divulgación del Manual de Cuentas Nacionales Trimestrales, los requerimientos de información de mayor frecuencia para la elaboración de las cuentas nacionales ha promovido el uso de técnicas de desagregación temporal. En la División Económica del Banco Central de Costa Rica, ha sido común el uso de la técnica propuesta por Chow Lin (1971) y Denton (1971) para generar series trimestrales cuando no existe un registro de información directo.

Según la literatura consultada la desagregación temporal (distribución¹) de series de tiempo se puede llevar a cabo por varios métodos y de acuerdo con su naturaleza estos se pueden clasificar en dos categorías: i) métodos estadísticos o de optimización y los llamados ii) métodos matemáticos o de ajuste.

i) El primer grupo está conformado por aquellos métodos que se basan en un modelo estadístico y que suponen que la serie trimestral no observable evoluciona según un modelo explícito. En este grupo nos encontramos con los métodos propuestos por Chow Lin (1971), Fernández (1981) y Litterman (1983); dentro de esta misma clasificación suelen agruparse también aquellos cuyo desarrollo teórico incorpora un modelo ARIMA tales como el método de Guerrero (1990), Nijman/ Palm (1990) y Gudmundsson (1999).

ii) En el grupo de los métodos de ajuste o matemáticos se encuentran aquellas técnicas que plantean un problema cuadrático de minimización de las variaciones trimestrales, tal es el caso de los métodos de Bassie (1958), Boot, Feibes y Lisman (1967), Denton (1971), Stram y Wei (1986), Jacobs (1989) y el Hodgess y Wei (1996).

Ahora bien, uno de los objetivos de este documento es el de exponer los resultados obtenidos producto de distribuir en forma trimestral las series anuales de los valores agregados en niveles constantes de las actividades que pertenecen a la industria de Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones para el periodo comprendido entre los años 1992 y 2004, utilizando para ello tres técnicas con una perspectiva esencialmente práctica, a saber el método Bassie, el Chow Lin y el Denton. Lo anterior con el único fin de evaluar las alternativas que se disponen para mejorar la calidad de las estadísticas que se producen. En virtud de lo anterior, los métodos que se han seleccionado cumplen en primer lugar con la característica de pertenecer a una de las categorías antes mencionadas y que además su aplicación se pueda llevar a cabo para series que cuentan con indicadores relacionados; en segundo lugar se busca que sigan una línea de desarrollo común que va desde la aplicación sencilla como el Bassie hasta lo complejo como la técnica Denton. Como en toda selección, algunos métodos que se mencionan en párrafos previos han sido excluidos, tanto simples como complejos, ya que su desarrollo específico se alejaría del objetivo de este ejercicio.

¹ Según se explica en el *Handbook of Quarterly National Accounts* de la OECD se debe hacer una distinción entre lo que conceptualmente es la distribución y la interpolación. El término *distribución* debe de utilizarse cuando se trabaja con series de flujo. Por su parte el término *interpolación* se utiliza cuando se trabaja con series de stock.

Conforme con lo anterior, en la segunda parte se hace una breve presentación acerca de los métodos utilizados, en la tercera se analizan las principales ventajas y desventajas que caracterizan a cada uno de estos métodos. En la cuarta parte, se analizan los resultados obtenidos de los ejercicios de distribución de los datos anuales utilizando hojas electrónicas de Excel (para el método Bassie) y los paquetes informáticos disponibles (para el caso del Chow Lin y el Denton) y como punto último se exponen las conclusiones.

2. Descripción de los métodos seleccionados

Para la obtención de las series distribuidas en niveles constantes del valor agregado fueron empleados los siguientes métodos:

2.1 Método de Bassie (1958)

Según se explica en Sanz (1981) este método asume que existe una discrepancia entre el valor del dato anual y el valor del indicador en año t , debido a que el indicador representa una cobertura parcial del dato anual. En el desarrollo teórico de este modelo se pueden enfrentar dos situaciones límites:

i) Cuando la discrepancia entre el indicador y el dato anual es nula, caso en el cual la serie trimestral que se desea obtener corresponde al mismo indicador.

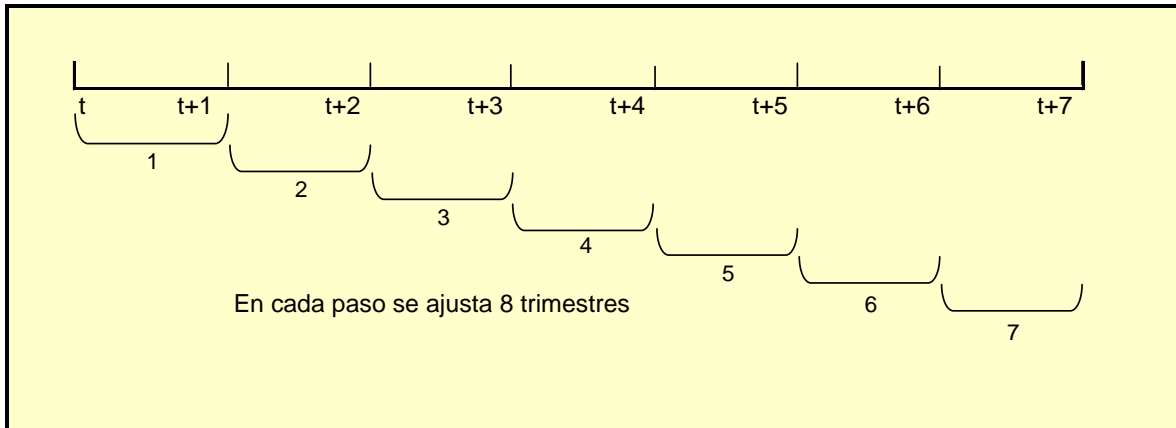
ii) Si no se dispone de un indicador la discrepancia coincide con la magnitud del dato anual que ha de distribuirse.

El objetivo básico de este método es el de modificar en forma mínima los datos trimestrales que ya se tienen cuando se incorporan nuevos datos anuales a una serie que previamente ha sido trimestralizada. Aunque como bien se afirma en Sanz (1981), no debe existir razón para negarse al hecho de que nuevos datos anuales contengan información relevante que habría de incorporarse.

Este método se puede formular en versiones aditiva y multiplicativa. El método Bassie aditivo difiere del método Bassie multiplicativo en el sentido de que la discrepancia expresa la diferencia existente en el año t entre la magnitud que ha de trimestralizarse y la suma de los cuatro trimestres correspondientes al indicador, expresado en la misma unidad. En el caso multiplicativo, la discrepancia que se trimestraliza es la disparidad existente entre la tasa de variación interanual de la magnitud anual y la tasa media de la variación interanual del indicador.

La secuencia del ajuste tanto para el método aditivo como para el multiplicativo se presenta a continuación:

Diagrama 1
Proceso de ajuste realizado por el método Bassie aditivo y multiplicativo
Secuencia general



Fuente: elaboración propia.

2.2 Método de Denton² (1971)

Este método se basa en la optimización cuadrática lineal. Según se detalla en el trabajo original del profesor Denton, este método puede reinterpretarse para destacar la significación estadística alternando ajustes en la función de pérdida que se especifica ya sea en primeras o en segundas diferencias, para el cual propone minimizar la forma cuadrática $(y - x) D' D' (y - x)$ sujeta a $By = Y$.

Es importante mencionar que el programa Bench no permite correr series sin indicador, pero esto no implica que el método de Denton no se pueda utilizar sin la presencia de este, por este motivo se exponen únicamente los resultados de las series que cuentan con indicador relacionado.

² El Manual de Cuentas Nacionales Trimestrales hace una recomendación acerca del uso del método **proporcional de Denton**, este método no es más que una variante del método original de Denton propuesto por *Bloem et al (2001)*.

2.3 Método de Chow Lin (1971)

El método de Chow Lin se especifica como un problema estadístico en el que se propone un estimador lineal insesgado y de varianza mínima con lo que la propuesta se reduce a minimizar la suma de las varianzas de los errores de estimación para cada periodo preservando la condición de insesgadez.

Para lo anterior, supone que la serie trimestralizada satisface una relación de regresión múltiple con un grupo de indicadores y que al igual que el método Denton, esta ligado a una restricción en la cual la suma de los datos trimestrales es igual al valor del dato anual. Tal y como se explica en Quilis (2002) su enfoque permite unificar el tratamiento de tres problemas distintos: la interpolación, la distribución y la extrapolación.

La principal diferencia entre el método de Chow Lin y el método Denton obedece al tratamiento que se le da al comportamiento estocástico de la serie.

3. Resumen simplificado de las ventajas y desventajas de los métodos analizados.

El uso de estas técnicas implican ventajas y desventajas, entre las más importantes se encuentran las que se detallan a continuación:

Cuadro 1
Ventajas y desventajas de los métodos de trimestralización utilizados

Método	Ventajas	Desventajas
Bassie (1958)	<ol style="list-style-type: none">1. Mantiene la evolución a corto plazo de la serie relacionada.2. Minimiza hacia atrás la revisión de datos cuando se incorporan datos anuales nuevos a una serie ya distribuida de forma trimestral.3. El desarrollo práctico es sencillo.	<ol style="list-style-type: none">1. La versión aditiva del método de Bassie, al igual que la mayoría de métodos de ajuste aditivo tiende a suavizar demasiado la serie.2. La versión multiplicativa no produce una corrección exacta por lo que requiere un pequeño ajuste por prorrateo al final.3. Las series no se actualizan con la introducción de nuevos datos anuales.4. Desde un punto de vista teórico no se conocen las propiedades que satisfacen los resultados que se obtienen a partir de su uso.

<p>Denton(1971)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Es óptimo por secuencia lógica, si se especifica que el objetivo general de la distribución es conservar al máximo la evolución a corto plazo del indicador de modo que las estimaciones trimestrales se mantengan proporcionales al indicador. 2. Es una técnica robusta y se ajusta bien a aplicaciones de gran escala. 3. Constituye un marco integrado para convertir las series de indicadores en estimaciones de las CNT mediante la interpolación, la distribución y la extrapolación. 4. Permite incorporar cualquier información complementaria sobre las variaciones estacionales y otras variaciones a corto plazo. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No es un método que se basa en la modelación estadística por lo tanto no toma en cuenta explícitamente cualquier información complementaria con respecto al mecanismo del error subyacente y otros aspectos de las propiedades estocásticas de las series. 2. Por especificación en el paquete informático no se pueden correr series sin indicador relacionado. 3. Poco conocimiento de su uso. 4. En el método de Denton proporcional pueden aparecer discrepancias importantes ya que en las dos series (original y ajustada) se pueden tener los mismos movimientos, pero estar a niveles muy diferentes.
<p>Chow Lin (1971)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Establece un modelo estadístico a ser seguido por la serie temporal generalmente basado en un modelo ARIMA. 2. Se pueden obtener valores trimestrales a partir de datos anuales sin indicador. 3. Se obtienen los coeficientes de ajustes de las regresiones que se trabajan. 4. Se obtiene un estimador lineal insesgado para las series trimestralizadas. 5. El paquete informático es de fácil aplicación. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Las series se ajustan demasiado lo que puede provocar que se eliminen movimientos irregulares verdaderos que no corresponden a las tendencias ordinarias del modelo estadístico. 2. No se puede tener en cuenta ningún sesgo en la evolución del indicador.

Fuente: Elaboración propia, en base a los documentos fuente.

4. Fuentes de información

Para evaluar los resultados obtenidos de utilizar los métodos antes descritos se utilizaron las series del valor agregado en millones de colones constantes. Un resumen de las actividades de la industria del Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones se expone a continuación:

Cuadro 2
Series de Valor Agregado en Constantes de la industria de Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones

Serie Anual	Actividad	Indicador trimestral	Metodo de trimestralización			
			Chow Lin	Denton	Bassie Multiplicativo	Bassie Aditivo
Valor agregado en constantes	Agencias de Viajes	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Almacenes y Depósitos	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Autobuses	No	√	X	X	X
Valor agregado en constantes	Autos de Alquiler	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Aviación	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Cabotaje	No	√	X	X	X
Valor agregado en constantes	Camiones de Carga	No	√	X	X	X
Valor agregado en constantes	Comunicaciones	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Estacionamientos	No	√	X	X	X
Valor agregado en constantes	Muelles y Puertos	Si	√	√	√	√
Valor agregado en constantes	Taxis	No	√	X	X	X
Valor agregado en constantes	Transporte de Valores	No	√	X	X	X

√ Aplica x No aplica

Fuente: Elaboración propia.

Esta industria está compuesta por doce grupos de los cuales siete cuentan con indicadores trimestrales que permiten medir la evolución de cada actividad, todos los cuales se emplean en el cálculo anual. Los indicadores trimestrales se obtienen mediante el promedio simple trimestral de los indicadores mensuales de las actividades que están contempladas dentro del cálculo del Índice Mensual de Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones (IMATAC).

Los indicadores que se utilizan para el cálculo del índice de esta industria son: pasajeros kilómetro y carga kilómetro transportados por avión, ingreso y egreso de turistas, tonelaje movilizado en los muelles y puertos, importaciones y exportaciones en términos reales, tráfico telefónico nacional e internacional y todos los nuevos servicios telemáticos brindados por RACSA y el ICE.

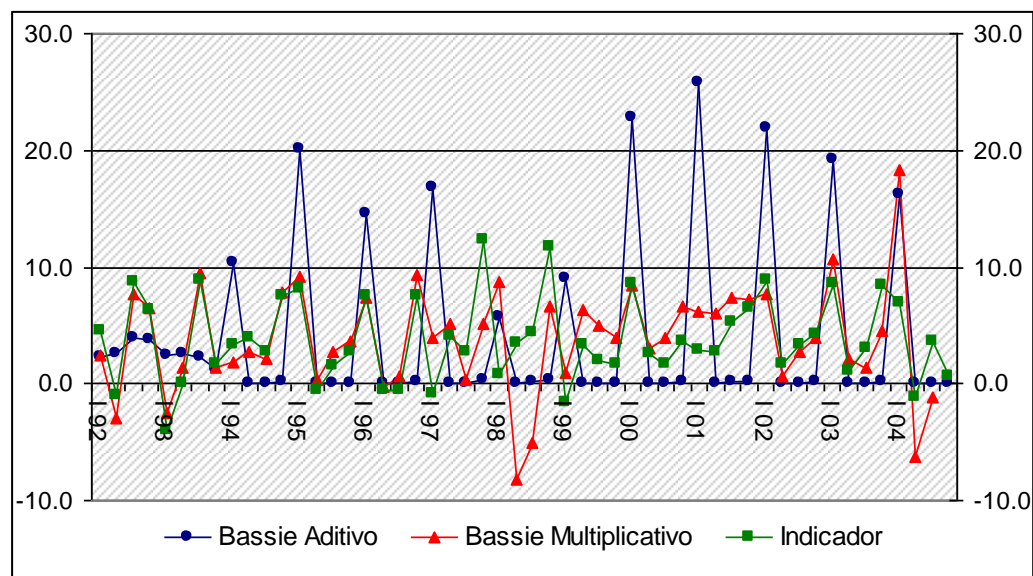
5. Resultados obtenidos

Como se cita en Quilis (2002) cuando se llevan a cabo comparaciones de carácter aplicado, los métodos de ajuste y de optimización deben interpretarse como un esquema de trabajo complementario y no excluyente. Ambos enfoques realizan hipótesis relativamente fuertes acerca de la serie que distribuyen. Por un lado los métodos de ajuste lo hacen de forma indirecta al plantear qué medida de volatilidad se desea minimizar; los de optimización, al definir qué estructura gobierna las propiedades estocásticas de dichas series. Las razones antes mencionadas ayudan a definir un marco general para la cuantificación de los resultados obtenidos.

A continuación se exponen los resultados obtenidos para Comunicaciones, actividad que cuenta con un indicador que se ha mantenido estable dentro del periodo de estudio y el caso de Aviación, cuyo indicador se ha visto afectado por un comportamiento irregular muy marcado, producto de los diversos factores que han caracterizado la actividad en los últimos años.

En el caso de Comunicaciones (gráfico 1) el comportamiento de las tasas de variación trimestrales de los niveles obtenidos por medio del uso del método Bassie aditivo genera un suavizamiento muy fuerte de la tendencia del indicador entre el último trimestre del año t y el primero del periodo t_{+1} , este problema es recurrente a lo largo de toda la serie. Esto se origina debido a la metodología empleada por este método, sin embargo en su variante multiplicativa los movimientos trimestrales de la serie tienden a ser más congruentes con los movimientos del indicador a excepción del año 1998 y del año 2004 donde se observa una caída en las tasas que no es congruente con el comportamiento favorable del indicador.

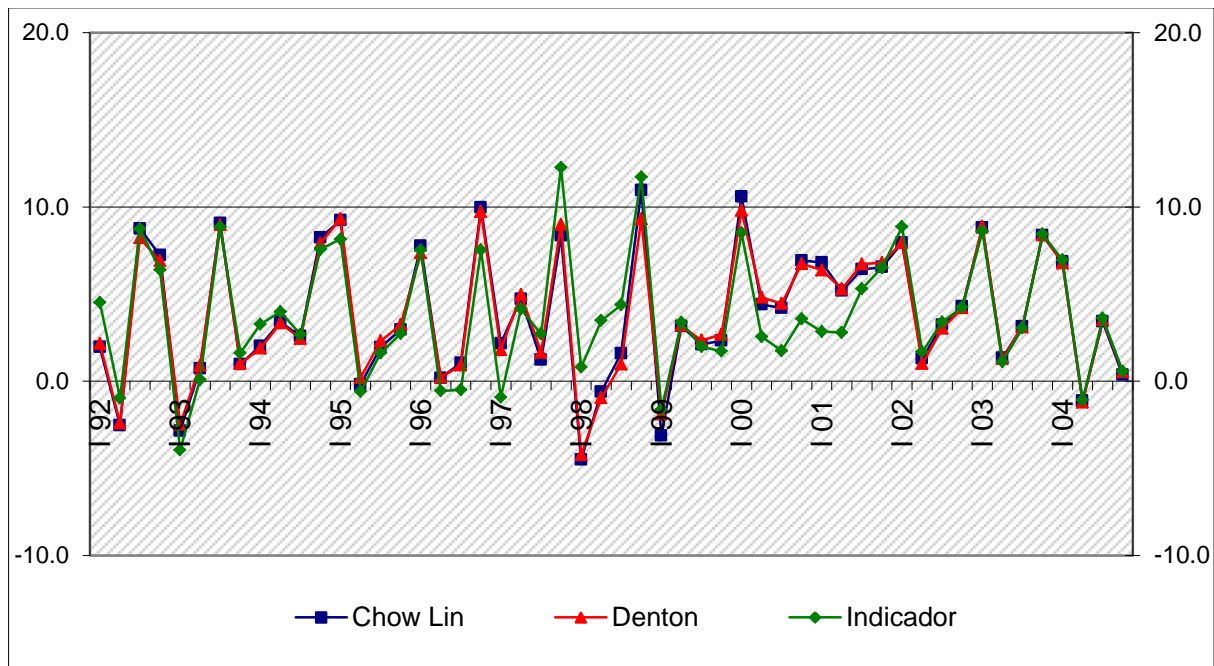
Gráfico 1
Desagregación temporal: Comunicaciones
Tasas de variación trimestrales: Método Bassie aditivo y multiplicativo
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

En el caso de la serie obtenida con Chow Lin y Denton, se establece una mayor uniformidad en los movimientos de las tasas de variación trimestrales (gráfico 2) con excepción de un periodo que se ubica entre el año 2000 y finales del 2001 en donde ambos métodos sobrestiman el comportamiento del indicador, sin embargo de forma general no hay diferencias significativas en el tratamiento de la distribución para el resto de la serie.

Gráfico 2
Desagregación temporal: Comunicaciones
Tasas de variación trimestrales: Chow Lin y Denton
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

Estadísticamente se puede determinar una alta similitud entre los resultados generados por los métodos Chow Lin, Denton y Bassie multiplicativo, lo que en principio nos permite introducir un concepto que puede ser fundamental a la hora de realizar los ejercicios de distribución trimestral y es el tema relacionado con la calidad de la información que contiene el indicador relacionado. En comparación con el método Chow Lin y Bassie, las tasas de variación trimestrales de los niveles obtenidos con Denton se asocian a los menores valores en lo que respecta a la desviación estándar y la media; también se ha calculado el estadístico skewness³ que se utiliza para medir la asimetría de la distribución de la serie alrededor de la media. Para una distribución normal el valor de la asimetría es 0, al mismo tiempo se ha calculado la curtosis que se utiliza para medir el grado de apuntalamiento o

³ Para el determinar la normalidad de las series trimestralizadas al igual que para obtener los estadísticos skewness y curtosis para cada una de las series se utilizaron los paquetes estadísticos y econométricos Eviews 3.0, Minitab 14.0 y SPSS 10.1

aplanamiento de la serie, el valor estadístico de la curtosis definido por Bickel y Doksum (1998) es 3, esto indica que si el valor de la curtosis excede 3, la distribución es más estrecha con respecto a una distribución normal y si el valor de la curtosis es menor que 3 indica que la serie es más plana que una distribución normal. A continuación se presentan los principales estadísticos descriptivos de las tasas de variación trimestral, para su comparación con los respectivos estadísticos asociados al indicador:

Cuadro 3
Desagregación temporal: Comunicaciones
Estadísticas descriptivas de los métodos utilizados
Tasas de variación trimestrales
1992-2004

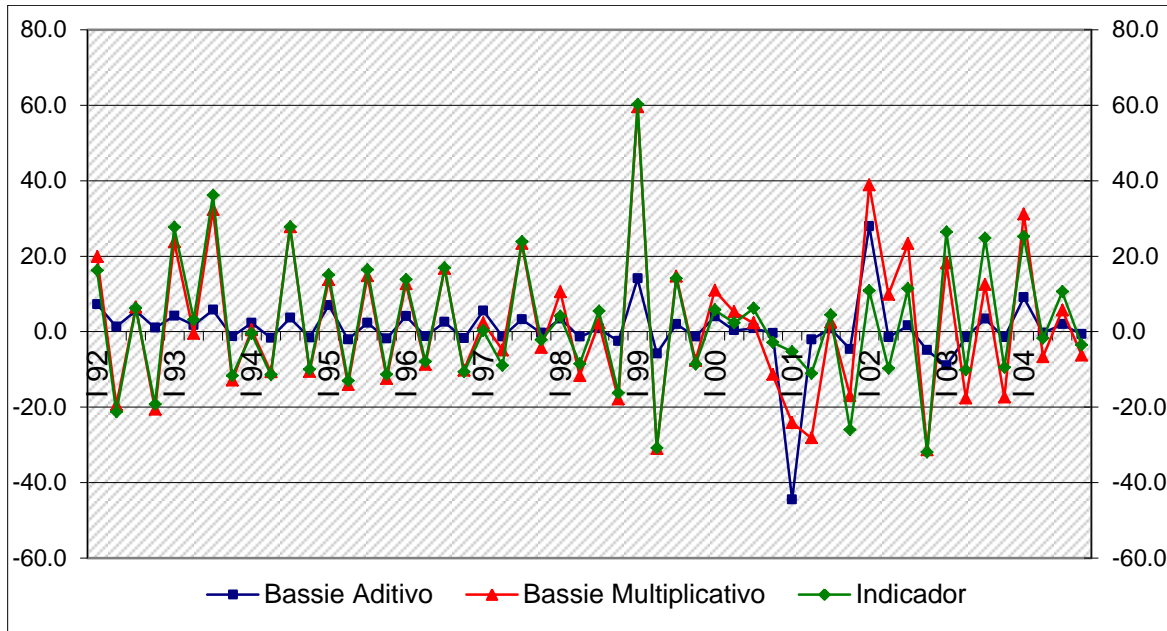
	Indicador	Bassie Aditivo	Chow Lin	Denton	Bassie Multiplicativo
Media	3,8	4,0	3,8	3,8	3,7
Mediana	3,3	0,1	3,2	3,2	3,9
Tasa Máxima	12,3	25,8	11,0	9,8	18,4
Tasa Mínima	-4,0	0,0	-4,5	-4,2	-8,3
Desviación Est.	3,6	7,2	3,8	3,7	4,6
Asimetría	0,3	1,8	0,0	0,0	0,0
Curtosis	-0,3	2,1	-0,7	-0,9	1,4
Observaciones	52	52	52	52	52

Fuente: Elaboración propia.

Para efectos comparativos se exponen los resultados de la actividad de servicios de Aviación, esto permite inferir que en presencia de un buen indicador las diferencias estadísticas entre un método u otro son mínimas; el indicador de la actividad de Aviación presenta un comportamiento irregular a partir del año 2001, esto ha sido provocado por una serie de factores que han marcado de forma negativa el comportamiento trimestral del indicador, entre esos factores se encuentran los atentados terroristas del 11 de septiembre del 2001, la guerra en Irak y la crisis de los precios internacionales del petróleo, por lo tanto si lo que se quiere es respetar el comportamiento irregular del indicador, el método de Chow Lin es más apropiado, ya que este trata de forma distinta este comportamiento, si nos interesa minimizar esos factores de forma matemática, los métodos de Denton y Bassie multiplicativo son los más adecuados .

En el gráfico 3 se puede observar que a lo largo de la serie el método Bassie aditivo mantiene un comportamiento suavizado hasta el último trimestre del año 2001 en donde se registra una caída fuerte que incluso es más fuerte que la asociada al indicador y no recupera la tendencia que presenta el indicador, por su parte el método Bassie multiplicativo sobrestima el comportamiento en el año 1998 y el espacio en donde el Bassie aditivo acentúa más la caída , la versión multiplicativa suaviza ese movimiento.

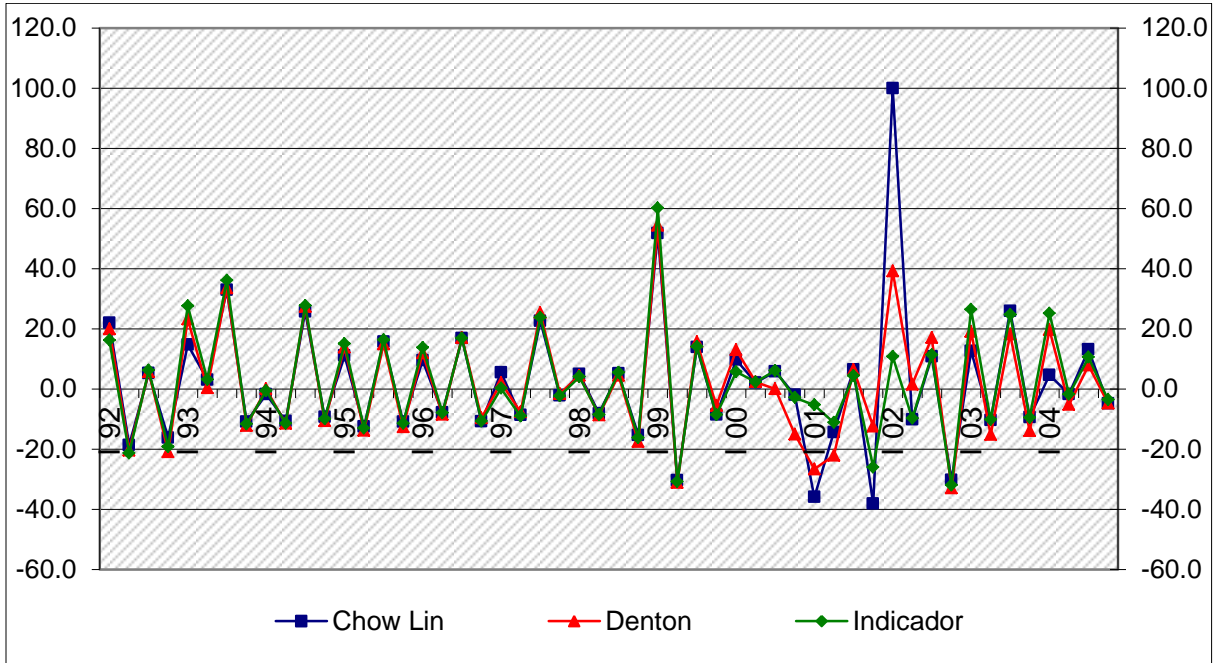
Gráfico 3
Desagregación temporal: Aviación
Tasas de variación trimestrales: Método Bassie aditivo y Bassie multiplicativo
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

Con respecto a Chow Lin y Denton (gráfico 4), se observan dos comportamientos interesantes, por un lado tenemos como se preserva el comportamiento estacional y el irregular (cuando está presente), antes del año 2000 la serie distribuida es fiel a los movimientos del indicador y cuando este registra la perturbación el método estadístico se ajusta más a esos movimientos. El segundo caso se determina con base al comportamiento del método de ajuste el cual tiende a suavizar el comportamiento en los periodos en los cuales está presente una mayor irregularidad en la serie.

Gráfico 4
Desagregación temporal: Aviación
Tasas de variación trimestrales: Método Chow Lin y Denton
 1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 4 se encuentran las estadísticas descriptivas generadas a partir de tasas de variación trimestrales, en esta actividad el método Bassie aditivo registra los menores estadísticos en términos de la media, la desviación estándar y la skewness, en el caso de la curtosis el menor estadístico está asociado al método de Denton, a pesar de que el valor es más alto que el estadísticamente aceptado.

Cuadro 4
Desagregación temporal: Aviación.
Estadísticas descriptivas de los métodos: tasas de variación trimestrales.
1992-2004

Indicador	Bassie aditivo	Chow Lin	Denton	Bassie multiplicativo	
Media	2,1	0,6	2,1	1,5	1,6
Mediana	-0,2	0,8	0,2	0,2	1,4
Tasa Máxima	60,2	27,9	99,95	54,5	59,5
Tasa Mínima	-32,0	-44,5	-38,2	-33,0	-31,3
Desviación Est.	17,7	8,3	22,0	18,3	19,0
Asimetría	0,6	-2,4	1,7	0,5	0,5
Curtosis	1,1	18,5	6,9	0,2	0,4
Observaciones	52	52	52	52	52

Fuente: Elaboración propia.

5.1 Pruebas de ajuste

Una vez conocidas las estadísticas descriptivas de las series analizadas, se pretende medir los resultados en términos de la calidad del ajuste teniendo como referencia el comportamiento del indicador, se ha optado por calcular el coeficiente de ajuste R², el error cuadrático medio (ECM), la raíz del error cuadrático medio (RECM), y un indicador de variabilidad definido como: coeficiente de desviación típica. Estos estadísticos permiten medir la precisión del ejercicio, se quiere medir el promedio del grado de correspondencia que existe entre el grupo de valores trimestrales pronosticados por el uso de estos métodos y los valores observados trimestrales del indicador.

Tabla 5
Desagregación temporal: Comunicaciones
Estadísticas de ajuste: tasas de variación trimestrales.
1992-2004

	Bassie aditivo	Chow Lin	Denton	Bassie multiplicativo
R ²	0.99	0.99	0.99	0.99
ECM	50.62	3.02	2.96	13.67
RECM	7.11	1.74	1.72	3.70
Coeficiente de variabilidad	2.01	1.07	1.02	1.30
Observaciones	52	52	52	52

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de la actividad de Comunicaciones (tabla 5) en términos de calidad de ajuste los métodos Denton y Chow Lin son teóricamente mejores que el método Bassie y sus variantes, estos se asocian a un error cuadrático medio con valores de 2,96 y 3,02 respectivamente, mientras que el estadístico RECM es menor en el caso del método Denton con un valor de 1,72.

El coeficiente de variabilidad nos ayuda a determinar si las series trimestralizadas mantienen la misma variabilidad que las de referencia, si el resultado de este indicador es superior a la unidad, nos indicaría que la serie distribuida por el método X presenta una mayor variabilidad que la serie de referencia y lectura contraria sería en el caso de que el resultado de este estadístico sea menor que la unidad, de acuerdo con los resultados obtenidos se observa que hay una mayor variabilidad en los métodos Bassie y una menor en las series generadas con Denton y Chow Lin.

En el caso de Aviación, los estadísticos de ajuste son los siguientes:

Tabla 6
Desagregación temporal: Aviación
Estadísticas de ajuste: tasas de variación trimestrales
1992-2004

	Bassie aditivo	Chow Lin	Denton	Bassie multiplicativo
R ²	0.68	0.64	0.64	0.68
ECM	258.94	193.32	43.79	53.05
RECM	16.09	13.90	6.62	7.28
Coeficiente de variabilidad	0.47	1.24	1.03	1.07
Observaciones	52	52	52	52

Fuente: Elaboración propia.

El método de Denton se caracteriza por registrar el menor ECM, al tiempo que el estadístico RECM a pesar de tener un nivel que se puede considerar alto es menor en comparación con el registrado por los métodos Bassie y Chow Lin. En esta actividad el método de Denton tiende a registrar una mayor variabilidad que el método Bassie aditivo.

El factor de decisión en estos casos deberá guiarse por los resultados del error cuadrático medio. Con lo cual se refuerza en argumento expuesto en Sanz (1981) de que el método Denton es operativamente mejor que los métodos Chow Lin y Bassie.

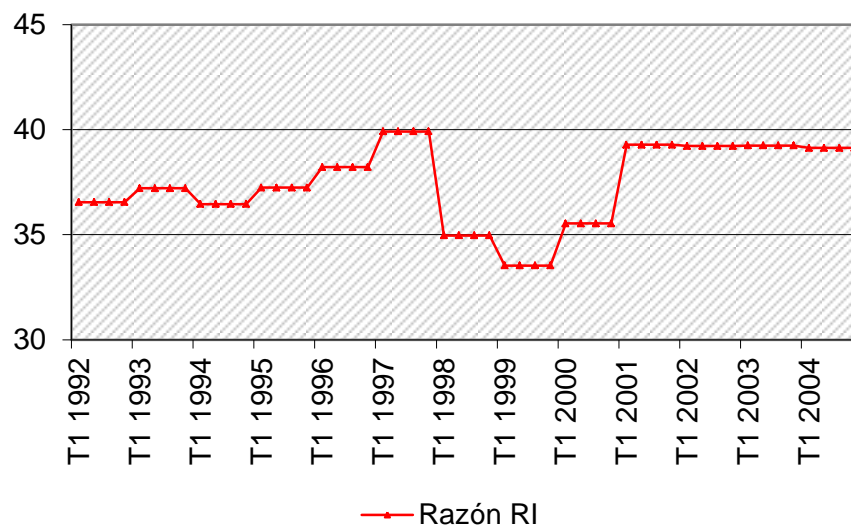
5.2 El “step problem” ó escalonamiento.

Según se explica en el Manual de Cuentas Nacionales Trimestrales del Fondo Monetario Internacional (2001) uno de los principales problemas que siempre está presente en la aplicación de las técnicas de desagregación es el llamado problema del escalonamiento, el cual surge como consecuencia de las discontinuidades entre los años. Si un indicador no evoluciona con la misma rapidez de los datos anuales, las tasas de crecimiento de las estimaciones distribuidas de forma trimestral deben ser más altas que las del indicador. Técnicamente se define la razón RI como el cociente entre la magnitud anual y la suma de los cuatro trimestres del indicador. En un sentido práctico se puede disponer de datos trimestrales a partir del uso de la razón RI para distribuir el dato anual, de esta forma los resultados reflejarían fielmente el comportamiento de la razón RI y se convertiría en una nueva herramienta para llevar a cabo la desagregación temporal.

Sin embargo uno de los argumentos más fuertes a favor del uso del método de Denton es que precisamente ayuda a suavizar el problema del escalonamiento.

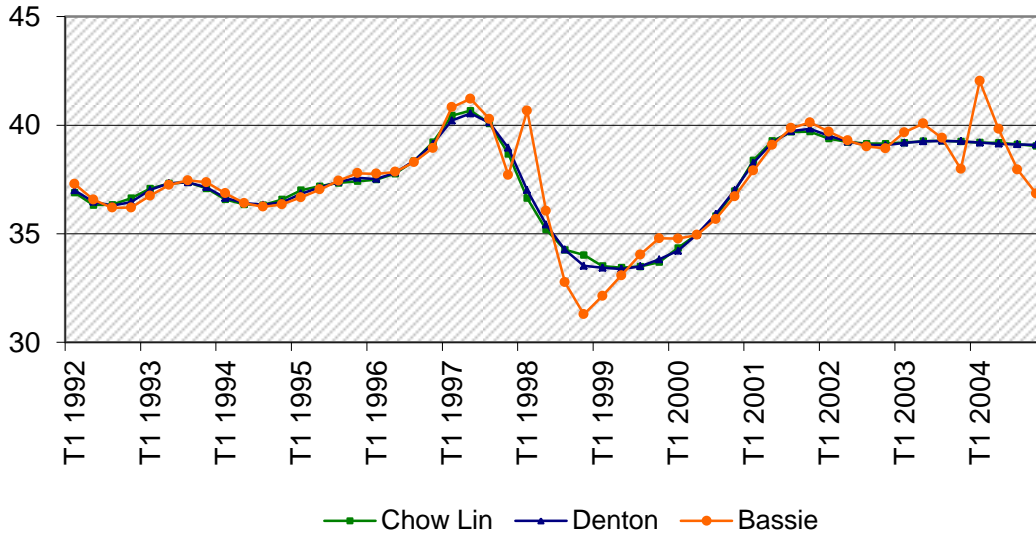
En el caso de Comunicaciones la razón RI es bastante irregular principalmente entre los años 1992 y 2000. Tal y como se aprecia en la figura 5 en una primera etapa se presenta un fuerte escalonamiento descendente entre el último trimestre del año 1997 y el primer trimestre del año 1998 y un escalonamiento creciente entre el último trimestre del año 2000 y el primer trimestre del año 2001. En esta actividad los métodos de Chow Lin y Denton logran dar una solución parcial al suavizar el cambio en la velocidad de ajuste de los datos trimestrales con los datos anuales (Figura 6).

Figura 5
Desagregación temporal: Evolución de la razón RI Comunicaciones 1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

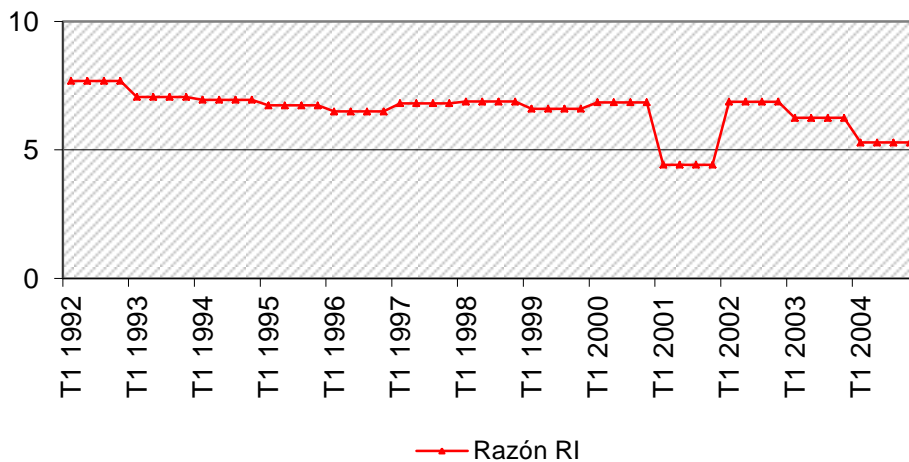
Figura 6
Desagregación temporal: Evolución de la razón RI Comunicaciones
Método Chow Lin, Denton y Bassie Multiplicativo
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

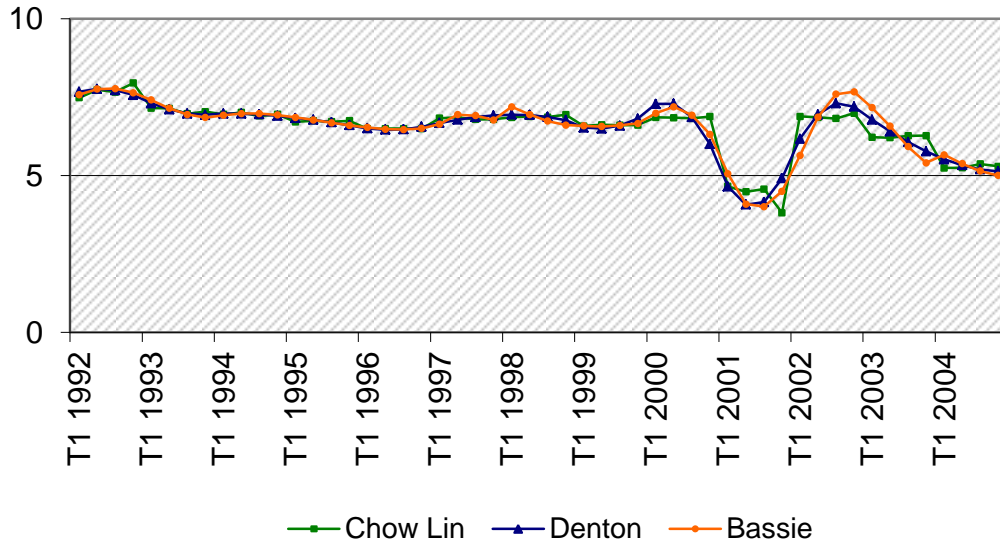
En el caso de Aviación el escalonamiento está presente entre el último trimestre del año 2000 y el primer trimestre del año 2001 sin embargo al utilizar los métodos que se desarrollan en este ejercicio se obtiene que la transición entre estos periodos se suaviza utilizando las técnicas de Denton y de Chow Lin, inclusive el método Bassie multiplicativo logra un buen ajuste al suavizar la transición, como se muestra en las figuras 7 y 8:

Figura 7
Desagregación temporal: Evolución de la razón RI Aviación
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

Figura 8
Desagregación temporal: Evolución de la razón RI Aviación
Método Chow Lin, Denton y Bassie Multiplicativo
1992-2004



Fuente: Elaboración propia.

En ambas actividades, los métodos de Chow Lin y Denton suavizan la transición más no eliminan el problema del escalonamiento.

6. Conclusiones

Las conclusiones que se pueden extraer del ejercicio llevado a cabo son las siguientes:

i) La distinción entre métodos de ajuste (matemáticos) y métodos de optimización (estadísticos) se debe al tipo de supuestos que ambos métodos se ven en la necesidad de realizar; en este sentido podemos decir que los métodos de ajuste deben definir la medida de la volatilidad que desean minimizar a través de la minimización cuadrática, mientras que los métodos de optimización deben definir la estructura que rige el comportamiento estocástico de la serie. Si se pretende mantener el comportamiento estocástico de la serie los métodos estadísticos deben ser los idóneos, sin embargo, si de antemano se conoce que la serie trimestral del indicador posee información que no es confiable (debido a errores en la compilación de la información por parte de la fuente primaria) podríamos estarle atribuyendo a los valores distribuidos un comportamiento ajeno al desempeño propio de la actividad, en este último caso los métodos de ajuste matemático podrían ser una buena opción. Como expone Ponce (2004) el método ideal es aquel que distorsione en la menor medida de lo posible la información de alta frecuencia contenida en la serie de indicadores. De esta forma el método ideal deberá de preservar explícitamente las variaciones periodo a periodo de esta serie.

ii) Los tres métodos expuestos no deberían de verse como excluyentes, sino más bien como complementarios. Una desagregación del enfoque matricial de estas técnicas permite demostrar que variaciones en las especificaciones del método de Denton podría derivar ecuaciones de solución idénticas a las de Chow Lin.

iii) Uno de los aspectos que suele preocupar es el tema de las revisiones y/o correcciones hacia atrás de las series distribuidas de forma trimestral cuando se incorpora nueva información; este problema puede verse resuelto con el método de Bassie, con lo cual al introducir nueva información únicamente se estarían ajustando los niveles para los dos últimos años (últimos 8 trimestres). A pesar de esta evidente ventaja práctica sobre los demás métodos, Bassie parece no satisfacer los requerimientos estadísticos y de ajuste que los otros dos métodos si logran.

iv) De acuerdo con las pruebas efectuadas para siete series del valor agregado en niveles constantes de la industria del Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones (cuyos resultados estadísticos se adjuntan en el anexo), no hay en evidencia estadística concluyente que indique que un método es mejor que otro, esto centrándonos específicamente en las bondades de los métodos Chow Lin y Denton (un parámetro de comparación adicional puede ser introducido con la presentación del método Bassie multiplicativo) en aquellas actividades en donde se sabe que el indicador trimestral cumple con las expectativas de calidad y de oportunidad de la información, los resultados son similares, inclusive el error cuadrático medio aunque tiende a ser menor en el método de Denton, no es lo suficientemente determinante ya que las diferencias con respecto a los demás es mínima. Esto es un argumento fuerte que se ve respaldado con el criterio del experto consultor del Fondo Monetario Internacional señor Luis Suárez al indicar que es mucho más importante evaluar si el indicador que se utiliza es o no el adecuado. Si el indicador es de lo mejor posible, los métodos tienden a complementarse.

v) Aun cuando las actividades con las que se trabajó disponen de información relacionada de alta frecuencia, es necesario mencionar que esta característica no es determinante para inferir que los resultados que se obtienen son totalmente válidos o concluyentes, esto por dos motivos: i) por que la información que sirve de insumo para la elaboración de los indicadores es proporcionada por otras fuentes (empresas o instituciones públicas), por lo tanto existe la posibilidad que la fuente primaria de estos datos incurra en errores de observación y/o medición por omisión u otras circunstancias y ii) que la información que es recibida tenga carácter de preliminar y que esté sujeta a revisiones posteriores. Estos dos elementos se deben tomar en consideración no como una justificante en los casos en que los resultados no cumplan las expectativas creadas cuando se realizan estos ejercicios, si no más bien como un elemento de evaluación que debe estar presente.

vi) En cuanto al “step problem” o escalonamiento los métodos aquí descritos ayudan a suavizar la transición entre el fin de un periodo (t) y el inicio del siguiente (t+1), por lo tanto no se puede inferir que algún método es mejor que otro, quizás en este tema en particular el método Bassie puede perder importancia, por lo que Denton y Chow Lin son dos técnicas que ayudan a solventar este problema.

vi) La generalización del uso del método de Denton requiere una fase de evaluación mucho más extensa que la planteada en este ejercicio, ya que existen más series de datos anuales cuyos indicadores pueden que no sean los más apropiados, provocando un sesgo al analizar los resultados. Aparte de que el software utilizado para utilizar el método de Denton parece ser una versión más restringida de lo que en teoría puede ser (de acuerdo con lo que se describe en el manual de uso). Los métodos actuales que se disponen no son los únicos que pueden realizar los ejercicios de desagregación de series temporales a partir de datos de baja frecuencia.

Por ejemplo, el paquete MATLAB⁴, permite llevar a cabo una gran cantidad de métodos tanto de distribución, interpolación y extrapolación, a través de una interfaz de Excel y estableciendo una serie de comandos, el programa puede ejecutar procesos como el de Chow Lin, Denton, Denton en primeras diferencias, Denton en segundas diferencias, métodos que incorporan variantes de los ya conocidos y que son establecidos a partir de una estimación que sigue un proceso ARIMA como el método de Fernández(1981), el de Litterman(1983) y el método de Blooem (2001) que en realidad se conoce como Denton proporcional (el cual puede ser programado en Eviews 3.0 o en versiones superiores), entre otros métodos univariantes y multivariantes con y sin indicador⁵.

Asímismo, el Eurostat tiene a disposición de los usuarios una versión de un programa llamado Ecotrim el cual permite el acceso a diferentes métodos de distribución trimestral mediante la ejecución de una serie de algoritmos en ambiente Windows. Este paquete permite correr los métodos univariantes de Boot, Feibes y Lisman, la técnica de Denton, el método de Wei y Stram así como el de Al-Osh's. También permite utilizar los procesos que requieren de un indicador trimestral como los métodos con variantes AR (1), el método de Fernández y el de Litterman. En la categoría de métodos multivariante se encuentran disponibles las técnicas basadas en ruido blanco (white noise), los basados en paseos aleatorios (random walk) y el procedimiento de Rossi⁶.

De manera que estos paquetes pueden convertirse en nuevas herramientas destinadas a evaluar de forma más completa los resultados que pueden proporcionar el uso de los tres métodos que se han expuesto en este ejercicio; o bien una mayor investigación y obviamente una mayor disponibilidad de software podría ampliar los criterios para evaluar la conveniencia de un método y otro.

Volviendo al tema central de este ejercicio, es importante mencionar que según la bibliografía consultada el método de Chow Lin es teóricamente mejor que el método de Denton (Sanz op.cit.) al conducir a series con el mejor estimador lineal insesgado que preservan el movimiento estocástico de las series, sin embargo operacionalmente el método de Denton es mejor en el sentido de que las diversas variantes que se le pueden realizar pueden conllevar a obtener mejores estadísticos de ajuste y darle un mejor tratamiento al problema del escalonamiento que se genera entre el último trimestre y el primer trimestre a causa de la variación de los ratios de la serie de baja frecuencia a la suma de los indicadores.

⁴ En el anexo 2 se presenta una descripción de otros métodos de desagregación temporal y que se pueden utilizar con la ayuda de Matlab.

⁵ La interfaz o librería para lograr esta cantidad de métodos ha sido desarrollada por el Instituto de Estadística de España (INE) y se puede obtener de forma gratuita contactando al señor Enrique Quilis.

⁶ Este programa se debe de gestionar a través del señor Roberto Barcellan de la OECD.

A la hora de elegir cual método es más apropiado el problema se limita en torno a dos preguntas básicas: i) ¿las series que se distribuyen de forma trimestral deben comportarse como un modelo estocástico en el cual las condiciones iniciales determinan el estado presente de forma parcial? o por el contrario ¿deben seguir las series trimestrales un modelo determinístico en el cual su estado presente es en principio totalmente determinado por sus condiciones iniciales?

Evidentemente las respuestas a estas interrogantes perfilarán las características que se han definido para las estadísticas de las cuentas trimestrales y brindarán una guía para elegir entre los modelos de ajuste o de optimización según sea el caso.

7. Bibliografía

Bloem, A.M., Dippelsman, R.J., Maehle, N.O. (2001): **“Manual de Cuentas Nacionales Trimestrales. Conceptos, fuentes de datos y compilación”**. Fondo Monetario Internacional, Washington DC, U.S.A.

Chow, G. y Lin, A.L., (1971): **“Best linear unbiased distribution and extrapolation of economics times series by related series”**, The Review of Economics and Statistics, Vol. 53, 471-476.

Fernández, B., (1981): **“A methodological note on the estimation of time series”**, The Review of Economic and Statistics, vol. 63, p 471-476.

Boot, J.C.G., Feibes, W., Lisman, J.H.C., (1967). **“Further methods of derivation of quarterly figures from annual data”**. Applied Statistics, vol. 16 (1), 65-75.

Denton, F.T., 1971. **“Adjustment of monthly or quarterly series to annuals totals: an approach based on quadratic minimization”** Statistics Association, vol. 333, p 99-102.

Kladroba, A., (2005). **“The Temporal Disaggregation of Time Series”**. Universidad de Duisburg-Essen, Alemania.

Pons-Fanals, E., (2002). **“Desagregación de Magnitudes Anuales con restricciones: Una aplicación a la trimestralización de la contabilidad regional de Cataluña”**. Universidad de Barcelona, España.

Sanz, R., (1981). **“Métodos de desagregación temporal de series económicas”**. Serie de Estudios Económicos Nº 22. Banco de España.

Di Fonzo, T et al., (2005). **“Benchmarking a system of time series: Denton’s movement preservation principle vs. a data based procedure”**. Universidad de Padova, Italia

OECD (1996). **“Handbook of Quarterly National Accounts: Methods and Nomenclatures used by OECD Member Countries”**. Paris, Francia.

8. Anexos

Anexo 1: Métodos utilizados

El método Bassie (1958)

Las estimaciones preliminares (excepto aquellas para el primer año) son ajustadas en 2 pasos: el dato trimestral es corregido en proporción a las discrepancias registradas en el año en curso y por segunda vez el año siguiente. Los factores de ajuste se obtienen usando una especie de función general de correcciones, de tal forma que:

i) Para el primer año de dicho ajuste, no se corrige nada de la discrepancia total anual denominada K_t .

ii) Para el segundo año, se distribuye entre los cuatro trimestres la discrepancia total de dicho año K_{t+1} .

iii) Para evitar rupturas en el paso de un año al siguiente, se impone que la corrección aplicada al principio del primer año sea anual.

iv) Al final del último año, la curva que expresa la corrección tenderá a ser horizontal.

La serie final estimada viene dada por la por la siguiente ecuación:

$$\hat{y}^B = {}_4(t-1) + i = P_{4(t-1)} + w_i$$

Donde los pesos de w_i se presentan en la siguiente tabla y corresponden a los valores de las soluciones de las integrales definidas que plantea el método:

i	$j=i$	$j=2$
1	-0,024536	0,143433
2	-0,036060	0,225708
3	-0,002026	0,294799
4	0,062622	0,336060

*El método de Chow Lin (1971)*⁷

El método Chow Lin esta concebido inicialmente como un método de corte estadístico para estimar series mensuales a partir de datos trimestrales (Chow-Lin 1971), sin embargo sus autores indican que bien puede utilizarse el procedimiento para la estimación de datos trimestrales a partir de datos anuales.

⁷ El desarrollo teórico se tomó de Pons-Fanals (2001)

Uno de los puntos básicos de la técnica es que supone que los valores desconocidos de la serie trimestral (vector y) están relacionados con las observaciones de un conjunto de variables trimestrales (representados por la matriz X) a través de un modelo de regresión lineal múltiple tal y como se detalla en (1):

$$(1) y = X\beta + \mu$$

De donde se puede determinar que μ es la perturbación del modelo que se distribuye de forma normal. Otro de los aspectos que se deben de mencionar es que en toda estimación trimestral se debe de cumplir con el supuesto de la compatibilidad con los datos anuales, es decir, que los valores anuales (representados por el vector Y) y los datos de las estimaciones trimestrales deben de guardar cierta coherencia.

Tomando en cuenta lo anterior, formalmente tenemos la siguiente expresión:

$$(2) Y = B'y = B'X\beta + \beta'\mu$$

Donde:

Y Son los valores anuales.

y Son los valores desconocidos de la serie trimestral.

X Representa las observaciones de un conjunto de variables trimestrales.

B Es una matriz de paso, una forma matricial intermedia.

Hay que tomar en cuenta que si se quiere trimestralizar una variable de flujo debe de utilizarse $f = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$ y si es una variable de magnitud stock debe de utilizarse $f = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$

El método propuesto permite encontrar el mejor estimador lineal insesgado y de varianza mínima (MELI), a los valores trimestrales (vector y) se les determina un estimador con esas características, como se define en (3):

$$(3) \hat{y} = PY = X'(X'B(B'VB)^{-1})X'B(B'VB)^{-1}Y + VB(B'VB)^{-1}[1 - B'X(X'B(B'VB)^{-1})X'B(B'VB)^{-1}]Y$$

Donde:

V representa la matriz de covarianzas de la estimación trimestral que es el único elemento desconocido de la igualdad.

Del planteamiento anterior se puede considerar que el estimador (MCG) de β en el modelo anual, es decir en la ecuación (2) se puede plantear de la siguiente forma:

$$Y = \beta'X\beta + \beta\mu$$

$$(4) \tilde{\beta} = (X' B(\beta' V \beta)^{-1} \beta' X)^{-1} X' \beta(\beta' V \beta)^{-1} Y$$

La anterior expresión registra los siguientes residuos:

$$(5) Y - \tilde{Y} = B' \tilde{\mu} = Y - B' X \tilde{\beta}$$

Ésta es la expresión de la serie trimestralizada.

De tal forma que (3) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$(6) \hat{y} = PY = X\tilde{\beta} + V\beta(\beta'V\beta)^{-1}\beta'\tilde{\mu}$$

Y a partir de la última ecuación, se puede observar que los resultados del Chow Lin son la combinación de dos componentes:

i) Una combinación lineal de los indicadores, que no es mas que el resultado de regresar, usando el estimador generalizado, la variable a trimestralizar contra los indicadores utilizados. A partir de dicha regresión se obtienen unos errores anuales que se puede denotar de la siguiente forma:

$$(7) e = (Y - \bar{Y}) = \beta' \tilde{\mu}$$

ii) El segundo es que partir de una combinación de dichos errores si se define una nueva matriz como $w=VB(B'VB)^{-1}$, en donde el segundo termino de (6) es igual a We , es decir, el resultado de trimestralizar los errores anuales de la regresión a partir de dicha matriz.

Con Chow Lin también se puede calcular una matriz de varianzas y covarianzas como la siguiente expresión:

$$(8) \text{Var}(\hat{y} - y) = (1 - W\beta')V + (X - W\beta')V + (X - W\beta'X)[X'\beta(\beta'V\beta)^{-1}(X - W\beta'X)$$

A partir de lo anterior, se puede determinar, que si la matriz W permite trimestralizar los indicadores anuales sin errores, es decir, $X=W'B'X$, entonces, como $P=W$ es el estimador MELI de la serie trimestral

$$(9) \hat{y} = PY = WY$$

Razón por la cual para obtener los valores trimestrales no se utilizan en estos casos indicadores adicionales.

El método Denton(1971)

En el método propuesto por Frank Denton, la estimación trimestral es proporcionalmente coherente con los datos anuales y se determina como solución del siguiente problema de minimización:

$$MIN = \phi = u'u = (y - x)' D' D (y - x) \quad \text{s.a una restricción } By=Y$$

Se define como una función objetivo que refleja la variabilidad de las discrepancias entre los ritmos de crecimiento trimestral del indicador y del agregado.

El operador de Lagrange asociado al método es:

$$\varphi = \phi + 2\lambda'(By - Y) = (y - x)' D' D (y - x) + 2\lambda'(By - Y)$$

Donde las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \Rightarrow 2D'Dy - 2D'Dx + 2B'\lambda = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 2(By - Y) = 0$$

De las condiciones anteriores se puede obtener la estimación de y

$$\begin{bmatrix} y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'D & B' \\ B & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D'Dx \\ Y \end{bmatrix}$$

Y finalmente una expresión explícita para y

$$y = x + (D'D)^{-1} B [B(D'D)^{-1} B']^{-1} (y - Bx) = x + A[D, B](Y - X)$$

La interpretación de la anterior ecuación es muy sencilla: la serie trimestral y es el resultado de añadir al indicador x un factor de ajuste derivado de la distribución sin indicador de la discrepancia anual entre dicho indicador y la serie anual Y.

La estimación de la serie trimestral se obtiene como suma algebraica de dos elementos, uno vinculado con el indicador y otro asociado a la distribución temporal de un residuo. En consecuencia, las propiedades dinámicas de y están determinadas como una combinación de las x y las del residuo distribuido.

Anexo 2: Otras técnicas de trimestralización

Método de Fernández (1981):

Este método supera una limitación que se encuentra presente en el método de Denton ya que el número de indicadores puede ser mayor que uno. El autor propone minimizar la siguiente forma cuadrática:

$$(y - x\beta)' D' D' (y - x\beta) \text{ sujeta a } By = Y.$$

Donde β es un vector de p parámetros para estimar. De esta forma la expresión para la estimación de y responde a:

$$\hat{y} = x\hat{\beta} + (D'D)^{-1} B' [B(D'D)^{-1} B']^{-1} (Y - Bx)$$

Donde $\hat{\beta}$ es la estimación de β .

Método de Bloem et al – Denton Proporcional (2001):

Estos autores proponen hacer una modificación al método original de Denton al proponer minimizar la siguiente forma cuadrática:

$$(y/x)' D' D' (y/x) \text{ sujeta a } By = Y$$

D Es la forma matricial del operador de primeras diferencias (o segundas diferencias según se especifique) y y/x es la división miembro a miembro de los elementos de y con respecto a los de x .

De las condiciones de primer orden se deriva que la estimación de y responde a:

$$\hat{y} = (D'D/x'x)^{-1} B' [B(D'D/x'x)^{-1} B']^{-1}$$

$D'D/x'x$ es la matriz cuyos elementos son la división elemento a elemento de las matrices $D'D$ sobre $x'x$.

Método de Litterman (1983)

Flexibiliza la especificación de la perturbación original en la que se basa el método propuesto por Chow Lin. Asume que μ sigue un proceso integrado de orden markoviano:

$\mu_t = \mu_{t-1} + \xi_t$ y $\xi_t = p\xi_{t-1} + a_t$ con $|p| < 1$ para todo t . Esto implica $BvB' = \sigma_a^2 B(D'H'HD)^{-1}B'$ en los estimadores de Chow Lin.

Método de Al-Osh's(1989)

Considera un modelo lineal dinámico para desagregar una serie.

El autor propone utilizar la técnica state space para representar el modelo ARIMA el cual describe la serie desconocida y que además cuida la intensidad de la serie.

Los vectores estimados y sus correspondientes matrices de covarianzas son obtenidos utilizando el filtro de Kalman que hace referencia a la representación de estado espacio de la serie.

Método de Boot et al (1967)

Los autores propusieron una metodología análoga a la de Denton para el caso en el que no hubiese indicador.

Básicamente se plantean minimizar la siguiente forma cuadrática:

$$y'D'Dy \text{ sujeta a } By = Y$$

Con lo anterior el estimador de y responderá a la siguiente expresión:

$$\hat{y} = (D'D)^{-1}B'[B(D'D)^{-1}B']^{-1}Y$$

El método de Boot se puede especificar en primeras y segundas diferencias

Método de Stram y Wei (1986)

Generalizan el problema anterior (Boot) al asumir una estructura estocástica integrada, autorregresiva de medias móviles para la serie trimestral desconocida. Así definen $\mu = \Delta^d y$ como la diferencia de orden d de la serie y .

Plantean minimizar el siguiente problema:

$$\mu'V_\mu\mu \text{ sujeta a } By = Y, \text{ donde } V_\mu \text{ es la matriz de varianzas y covarianzas.}$$

Método de Di Fonzo (1990)

Este autor propone una metodología que permite simultáneamente llevar a cabo la desagregación temporal y conciliar de forma temporal los componentes de un cierto agregado. El modelo presenta una restricción de carácter longitudinal ($M \times N$) y una de carácter transversal ($k \times N$)

Al igual que Chow Lin (1971) se plantea un modelo que relaciona agregados e indicadores de alta frecuencia

Los métodos antes descritos se encuentran en la librería de Matlab creada por el INE y en el programa ECOTRIM.