BANCO CENTRAL DE COSTA RICA

DOCUMENTO DE TRABAJO
N.º 002 | 2001

Finanzas públicas y reducción de inflación: Programación financiera y modelos económicos

Alexander W. Hoffmaister
Manrique Sáenz Castegnaro

Fotografía de portada: “Presentes”, conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

Finanzas públicas y reducción de inflación: programación financiera y modelos económicos

Alexander W. Hoffmaister[*], Manrique Sáenz Castegnaro[†]

Resumen

Esta nota de investigación tiene el objetivo de modelar explícitamente la relación entre las finanzas públicas y la inflación. Aun cuando la inflación es primariamente un fenómeno monetario, desequilibrios persistentes en las finanzas públicas inciden directamente en los fenómenos monetarios. De manera que para entender la inflación, y explorar las consecuencias de reducirla, se requiere un contexto macroeconómico general donde las finanzas públicas se formulan de una manera consistente con su restricción presupuestaria.

Palabras clave: Finanzas públicas, Inflación, Política monetaria.

Clasificación JEL: E31, E58, E62.

[*] Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR

[†] Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR.

Public Finances and Inflation Reduction: Financial Programming and Economic Models

Alexander W. Hoffmaister[‡], Manrique Sáenz Castegnaro [§]

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

Key words: Public Finances, Inflation, Monetary Policy.

JEL codes: E31, E58, E62.

[‡] Department of Economic Research.

[§] Department of Economic Research.

1. INTRODUCCIÓN

Esta nota tiene el objetivo de modelar explícitamente la relación entre las finanzas públicas y la inflación. Aún cuando la inflación es primariamente un fenómeno monetario, desequilibrios persistentes en la finanzas públicas inciden directamente en los fenómenos monetarios. De manera que para entender la inflación, y explorar las consecuencias de reducirla, serequiere un contexto macroeconómico general donde las finanzas públicas se formulan de una manera consistente con su restricción presupuestaria.

El contexto macroeconómico se presenta en esta nota en dos pasos para hacer explícita su relación con la programación financiera discutida en Hoffmaister et. al (2001a, HMRST). El primer paso consiste en presentar el ejercicio de programación financiera en un lenguaje más cercano al lenguaje económico estándar. Este consiste básicamente en considerar el impacto fiscal del banco central, en el contexto del sector público global (SPG) que se obtiene al consolidar las cuentas del banco central (BC) con las cuentas del sector público no financiero (SPNF). El segundo paso parte de las cuentas SPG e introduce los elementos económicos adicionales para completar el contexto macroeconómico. Este contexto constituye el instrumental económico relevante para analizar el impacto de cambios en las políticas económicas, particularmente política fiscal y monetaria.

El instrumental consta de dos tipos de modelos macroeconómicos estándar que son de utilidad para sintetizar los efectos sobre la inflación en el contexto de una política monetaria de largo plazo. Los modelos considerados enfatizan la interacción entre la política fiscal y monetaria en el contexto de una restricción presupuestaria global. Esta restricción impone que SPG sea solvente lo que significa que (en valor presente) sus ingresos anticipados puedan hacer frente a sus obligaciones de pago presentes y futuras. En otras palabras, la restricción presupuestaria garantiza que el SPG pagará su deuda, y que los agentes no duden de que (el valor facial de) la deuda será honrada (Hoffmaister et. al , 2001b).

El primer modelo, basado en Reinhart y Vegh (1995), se formula en el contexto de un agente representativo que tiene un horizonte de planeamiento infinito. En este caso, el agente anticipa que una reducción en los impuestos hoy, tendrá que ser compensada por un aumento en los impuestos mañana. De manera que una reducción en los impuestos hoy no hace que el agente cambie sus patrones de consumo, ya que preveé un aumento mañana de manera que su riqueza no varía (Equivalencia Ricardiana). A pesar de la idealización de horizonte de planeamiento infinito, este modelo tiene la ventaja de presentar un marco formal que se puede extender con más facilidad que el segundo modelo.

El segundo modelo, basado en Blanchard y Fischer (1987), se formula en el contexto de generaciones traslapadas con una probabilidad positiva de morir. En este caso los agentes de una generación no tienen un horizonte de planeación infinito, por lo que el agente no anticipa plenamente que una reducción en los impuestos hoy, tendrá que ser compensado por un aumento en los impuestos mañana. De manera que reducir impuestos hoy pueden llevar a que los agentes de una generación cambien sus patrones de consumo, ya que su riqueza aumenta (no hay Equivalencia Ricardiana). A pesar de ser más realista en su formulación de más de un tipo de agente que habitan la economía, tiene la desventaja de presentar un marco formal donde extenciones son difíciles de incorporar.

En síntesis, esta nota persigue dos objetivos. Primero, hacer más transparente la formulación de la política del BCCR al hacer una traducción del lenguaje de programación financiera del Banco Central (HMRST) al lenguaje económico. Segundo, enmarcar esta política en un contexto macroeconómico estándar mediante el desarrollo de modelos relevantes.

Los resultados de esta nota son:

- Primero, los pagos de la deuda del gobierno con el banco central, tiene un efecto macroeconómico que depende del diferencial entre las tasas de interés sobre *BEM*, y *TP* y endeudamiento externo. Si las tasas son iguales entonces el pago no tiene ningún efecto sobre el déficit de SPG. Sin embargo, si las tasas de interés asociadas a *TP* y endeudamiento externo son mayores que las tasa de *BEM*, entonces el déficit de SPG aumenta. Los pagos de la deuda también afectan la dinámica del patrimonio a través de su efecto sobre el déficit (vea HMRST). En particular, para *BC* los pagos en la deuda podrían llevar a una desaceleración en el aumento de *BEM*, o un menor uso del señoreaje como fuente de financiamiento. Mientras que para SPNF los pagos podrían llevar a una aceleración en el aumento de *TP* y y DEN^g que podría ser mitigada en el tanto haya una reducción en los activos netos, AN^g.

- Segundo, una reducción en el superávit primario de SPG por cuatro años de 0.9% del producto lleva a una acumulación de la deuda pública de cuatro puntos porcentuales del producto. Con una inflación de diez por ciento en el futuro, esta acumulación implica una necesidad de aumentar el superávit primario en 0.16 puntos porcentuales para hacer frente la nueva deuda. En el tanto no sea posible aumentar el superávit primario a un nivel mayor que el inicial, se necesitará aumentar la inflación en cuatro puntos porcentuales para servir la nueva deuda con el impuesto inflacionario.

- Tercero, una reducción de la inflación en cinco puntos porcentuales por cuatro años, sin ajuste fiscal, lleva a una acumulación de la deuda pública de 0.8 puntos porcentuales del producto. Este aumento se puede compensar con un ajuste al cabo de los cuatro años en el superávit primario de aproximadamente 0.03 puntos porcentuales del producto, ó con un aumento en la inflación de un punto porcentual.

El resto de esta nota se compone de dos secciones adicionales. La sección dos presenta las relaciones básicas del ejercicio de programación y su traducción a un lenguaje económico. También se presenta la restricción presupuestaria intertemporal del SPG, o condición de solvencia del SPG. La tercera sección presenta los modelos relevantes y las modificaciones necesarias para que estos reflejen mejor las instituciones y el régimen cambiario de mini-devaluaciones con una cuenta de capital abierta. Además la nota contiene ___ apéndices [[por completar]] que contienen los detalles de las soluciones analíticas discutidas en la nota.

2. RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA INTERTEMPORAL DEL SECTOR PUBLICO

Esta sección presenta el primer paso para elaborar el contexto macroeconómico necesario para modelar explícitamente la relación entre las finanzas públicas, y la inflación. Partiendo del lenguaje (y notación) utilizado en HMRST se derivan relaciones de las finanzas de BC que son de fácil interpretación económica, específicamente se deriva su restricción presupuestaria de flujo Esta restricción también se deriva para el SPNF, y se consolidan ambas restricciones presupuestarias para obtener la restricción correspondiente para SPG.[1]

Restricción presupuestaria del Banco Central

El procedimiento descrito en HMRST para la elaboración del programa monetario del Banco Central tiene implícita una restricción presupuestaria para el Banco Central.[2] Para simplificar la discusión de la restricción presupuestaria, es conveniente simplificar la presentación en HMRST en dos aspectos. El primer aspecto es simplificar el cálculo del déficit BC asociado a los flujos por concepto de intereses sobre los distintos activos y pasivos. Específicamente se aproxima el flujo asociado al saldo promedio, $i \cdot \overline{X}$, con el flujo asociado al saldo el período anterior, $i \cdot X_{-1}$. Esta aproximación permite simplificar las expresiones de las restricciones presupuestarias, y es una buena aproximación cuando los períodos de análisis son cortos de manera que el saldo no varíe significativamente de un período a otro.[3] El segundo aspecto es centrar el análisis en un período de tiempo corto, de manera que la simplificación en el cálculo de los flujos por concepto de intereses es una buena aproximación. Además, para facilitar la discusión de la sección siguiente las restricciones presupuestarias se presentan también para un período que

[1] Note que los bancos comerciales estatales no son parte de SPG.

[2] Para una discusión detallada de la programación financiera vea HMRST.

[3] Esto se hace claro cuando los gastos de intereses sobre el saldo promedio de BEM se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} i \times \overline{BEM} &= i/2 \times BEM_{-1} + i/2 \times BEM \\ &= i \times BEM_{-1} + i/2 \times (BEM - BEM_{-1}) \end{aligned}$$

de manera que los intereses sobre el saldo promedio son la suma de los intereses sobre el saldo al final del período anterior, i□ BEM_{-1}, más los intereses sobre el cambio en el saldo este período, $i/2$□ (BEM-BEM_{-1}). De manera que cuando los cambios en los saldos son pequeños el término $(BEM - BEM_{-1})$ tiende a cero.

tiende a cero, es decir para tiempo continuo. En este caso, el flujo de intereses correspondiente al momento t depende del saldo en ese momento (el saldo contemporáneo) del activo o pasivo correspondiente.

El Cuadro 1 presenta la programación para tiempo discreto (períodos cortos) y para tiempo continuo. Este cuadro contiene las expresiones necesarias para simplificar la presentación de la programación en HMRST, y considerar la programación en términos económicos. Para ello se presentan: (1) el balance general, (2) el estado de resultados, y (3) la relación saldo-flujo o restricción presupuestaria de flujo del Banco Central. La discusión que sigue se centra en tiempo discreto, ya que la interpretación en tiempo continuo es análoga.

Antes de derivar la restricción presupuestaria, conviene considerar la interpretación de las ecuaciones en el Cuadro 1. La ecuación (1) en el Cuadro 1 describe cómo cambios en los activos y pasivos se reflejan en cambios en el patrimonio:

$$\Delta PAT^{BC} = \Delta CIN + \Delta\left(e \times AEN\right) + \Delta OAN - (\Delta M + \Delta BEM)$$

De manera que, por ejemplo, una disminución en el patrimonio ($\Delta PAT^{BC}<0$) tiene como contraparte un aumento en los pasivos (base monetaria, $\Delta M>0$, o bonos de estabilización monetaria, $\Delta BEM>0$), o una disminución en los activos de BC (crédito interno neto, $\Delta CIN<0$, activos externos netos, $\Delta\,(e \times AEN)<0$, u otros activos netos, $\Delta OAN<0$).

La ecuación (2) en el Cuadro 1 define el superávit de BC:

$$\text{Sup}^{BC} = \tilde{i} \times CIN_{-1} + \left(i^* + \hat{e}\right) \times e_{-1} \times AEN_{-1} - i \times BEM_{-1} + OI - OG\,,$$

donde $\tilde{i}, i^*, i, \hat{e}$ se refieren, respectivamente a la tasa de interés sobre crédito interno neto, la tasa sobre activos externos netos (en dólares), la tasa en colones sobre bonos de estabilización monetaria, y la devaluación. Así, *CIN* y *AEN* generan ingresos por intereses en tanto que el stock de *BEM* genera gastos por concepto de intereses.[4] *OI* y *OG* denotan respectivamente otros ingresos y otros gastos, y suponemos que BC no paga intereses sobre la base monetaria.[5]

La ecuación (3) en el Cuadro 1 presenta la relación saldo-flujo o la restricción presupuestaria, que se obtiene igualando las ecuaciones (1), el cambio en el patrimonio del Balance General, y (2), el superávit proveniente del Estado de Resultados. Para simplificar la interpretación de la ecuación (3) considere la siguiente derivación:

---

[4] Note que los intereses se calculan de manera ligeramente distinta para la presentación en tiempo discreto (períodos cortos) y en tiempo continuo. Para tiempo discreto estos se calculan sobre el saldo en el período anterior, mientras que para tiempo continuo se calculan sobre el saldo existente en el instante en el que se calcula el resultado financiero.

[5] Esto cambiaría si se empieza a pagar intereses sobre los encajes, tal y como se propone en el nuevo proyecto de reforma financiera.

$$\Delta Pat^{BC} = Sup^{BC} \quad \Rightarrow \qquad -\Delta Pat^{BC} = Def^{BC}$$

$$\Delta M + \Delta BEM - \Delta CIN - \Delta\left(e \times AEN\right) - \Delta OAN =$$
$$i \times BEM_{-1} - \; \tilde{i} \times CIN_{-1} - \left(i^{*} + \hat{e}\right) \times e_{-1} \times AEN_{-1} + OG - OI$$

donde Def^{BC}=-Sup^{BC}, es decir el déficit es menos el superávit de *BC*, de manera que el lado derecho de la última ecuación muestra los orígenes del déficit, en tanto que las fuentes de financiamiento están al lado izquierdo. Así, el Banco Central financia su déficit a través de señoreaje (ΔM_t), aumento en deuda (ΔBEM_t), o reducción en activos internos o externos ($\Delta\left[e_t \times AEN_t\right] + \Delta CIN_t + \Delta OAN_t$).

Para la discusión siguiente, es conveniente simplificar esta última ecuación, es decir la expresión para la restricción presupuestaria, de manera que todos los activos y pasivos excepto *M* paguen la misma tasa de interés. En este caso definiendo el nivel de activos netos excluyendo los pasivos asociados a *M*, como:

$$H_t^{BC} \equiv e_t AEN_t + CIN_t + OAN_t - BEM_t \,,$$

se puede re-escribir la restricción presupuestaria (o relación saldo-flujo) de BC de la siguiente manera:

$$H_t^{BC} = \left(1 + i_t\right) H_{t-1}^{BC} + \Delta M_t + OI_t - OG_t \,.$$

Es decir, el nivel de activos netos del período (H_t^{BC}) está dado por el nivel de activo en el período anterior (H_{t-1}^{BC}), más los ingresos del período (por concepto de intereses netos, señoreaje y otros ingresos) menos los gastos operativos (OG_t).

Restricción presupuestaria del Sector Público No Financiero

El Cuadro 2 presenta las expresiones necesarias para derivar la restricción presupuestaria de SPNF, específicamente contiene (1) el balance general, (2) el estado de resultados, y (3) la relación saldo-flujo o restricción presupuestaria de flujo de SPNF. La interpretación de estas expresiones y su derivación son análogas al Cuadro 1. De manera que la ecuación del balance general, ecuación (1) en el Cuadro 2, describe como cambios en los activos (ΔAN^g) y pasivos (ΔTP^g, ΔCIN, $\Delta(e \times DEN^g)$) se reflejan en cambios en el patrimonio. La ecuación del estado de resultados, ecuación (2) en el Cuadro 2, define el superávit de SPNF, donde los ingresos están asociados a impuestos (T^g) e intereses sobre activos netos ($i^A \times AN^g$) en tanto que los gastos están dados por pago de intereses sobre Títulos de Propiedad, crédito interno neto y deuda externa neta, además de los gastos no financieros (G^g). Finalmente, la ecuación (3) contiene la restricción presupuestaria que se obtiene de igualar los cambios en el patrimonio al superávit.

Esta última expresión detalla los ingresos y gastos que originan el déficit (lado derecho de la ecuación), así como las fuentes de financiamiento de éste (lado izquierdo). Multiplicando por menos uno esta expresión se obtiene:

$$\begin{aligned}&\Delta TP^g + \Delta CIN + \Delta(e \times DEN^g) - \Delta AN^g \\ &\qquad = i^{TP} \times TP_{-1} + \tilde{i} \times CIN_{-1} + e_{-1} \times (i^* + \hat{e}) \times DEN^g_{-1} - i^A \times AN^g_{-1} + G^g - T^g\end{aligned}$$

de manera que el déficit de SPNF se financia con aumentos en los saldos de los títulos de propiedad (ΔTP), del crédito interno neto (ΔCIN), ó de la deuda externa neta (ΔDEN), ó por reducciones en el saldo de activos netos ($-\Delta AN^g$).

Si todos los activos y pasivos pagaran la misma tasa de interés, y se definen los activos netos como:

$$H_t^{SPNF} = AN_t^g - e_t DEN_t^g - CIN_t - TP_t$$

entonces se puede re-escribir la restricción presupuestaria (o relación Saldo-flujo) de SPNF como:

$$H_t^{SPNF} = (1 + i_t) H_{t-1}^{SPNF} + T_t^g - G_t^g \,,$$

Es decir, el patrimonio del SPNF de este período es igual al patrimonio de ayer más los intereses netos ganados más el superávit primario del SPNF ($T^g - G^g$).

Restricción presupuestaria del Sector Público Global

El Cuadro 3 presenta las expresiones necesarias para derivar la restricción presupuestaria de SPG, que son las mismas que se han utilizado para BC, y SPNF (el balance general, el estado de resultados, y la relación saldo-flujo), y además presenta la relación saldo-flujo en términos del producto nominal, que es útil para la discusión de los modelos macroeconómicos que se presentan en la siguiente sección.[6]

Las expresiones en el Cuadro 3 se obtienen sumando las ecuaciones del BC (Cuadro 1) y SPNF (Cuadro 2). Específicamente para las ecuaciones del balance general (1) y el estado de resultados (2) en el Cuadro 3:

Ecuación (1): $Pat^{SPG} = Pat^{BC} + Pat^{SPNF}$

[6] Además, generalmente es más fácil interpretar y proyectar las variables de ingresos y gastos como proporción del producto nominal.

Ecuación (2): $Sup^{SPG} = Sup^{BC} + Sup^{SPNF}$

Al igual que para BC y SPNF, la restricción presupuestaria de flujo (relación saldo-flujo) para SPG se obtiene igualando el cambio en patrimonio de SPG con el superávit del período, y multiplicando por –1 se obtiene:

$$\left(\Delta M + \Delta BEM + \Delta TP^{g} \right) + \left(\Delta\left(e \times \left(DEN - AEN\right)\right) - \Delta OAN - \Delta AN^{g} \right)$$
$$= \left(i^{TP} \times TP_{-1} + i \times BEM_{-1} \right) - \left(\left(i^{*} + \hat{e}\right) \times e_{-1} \times (AEN_{-1} - DEN_{-1}^{g}) + i^{A} \times AN_{-1}^{g} \right)$$
$$- \left((T^{g} - G^{g}) + (OI - OG) \right)$$

donde se expresa el déficit de SPG en el lado derecho, y las fuentes de financiamiento en el lado izquierdo. Así, el déficit se puede financiar con señoreaje (ΔM), endeudamiento interno ($\Delta BEM + \Delta TP$), endeudamiento externo ($\Delta DEN - \Delta AEN$),o con reducción de activos ($\Delta OAN^{g} + \Delta AN^{g}$). Note que para SPG, que consolida el balance general y el estado de resultados, no aparece CIN ya que este es un activo para el banco central y un pasivo para el SPNF.[7]

Si todos los activos y pasivos excepto *M* pagaran la misma tasa de interés, y se definen los activos netos excluyendo los pasivos asociados a *M* como:

$$H_{t}^{SPG} = e_{t}\left(AEN_{t} - DEN_{t}^{g}\right) + OAN_{t} + AN_{t}^{g} - \left(TP_{t} + BEM_{t}\right)$$

entonces se puede re-escribir la restricción presupuestaria (o relación Saldo-flujo) de SPG como:

$$H_{t}^{SPG} = \left(1 + i_{t}\right) H_{t-1}^{SPG} + \Delta M_{t} + T_{t}^{g} - G_{t}^{g} + OI_{t} - OG_{t} \qquad (1),$$

Es decir, el saldo de activos netos (H) de SPG en este período es igual al saldo de ayer más los intereses sobre este saldo, el señoreaje, y el superávit primario conjunto del BC y el SPNF.

Para finalizar la discusión del Cuadro 3, considere la ecuación (4) de este cuadro. Esta ecuación es la restricción presupuestaria expresada en términos del producto nominal. La formulación presentada admite tasas de interés distintas para distintos activos y pasivos. Con el fin de simplificar la discusión, se deriva a continuación la ecuación (4) del Cuadro (3) para el caso en que todos los activos y pasivos, excepto M, pagan una misma tasa de

---

[7] Los Cuadros 1 y 2 implícitamente suponen que *CIN* se refiere únicamente al crédito que el banco central ha otorgado a SPNF. De manera que el resto del crédito interno que otorga el banco central, principalmente crédito anteriores a 199_, está clasificado en *OAN*.

interés (i). De manera que restando y sumando el término $i_t M_{t-1}$ a ambos lados de (1), se obtiene:

$$H_t^{SPG} - M_t = (1+i_t)\left(H_{t-1}^{SPG} - M_{t-1}\right) + i_t M_{t-1} + T_t^g - G_t^g + OI_t - OG_t,$$

y dividiendo esta expresión por el producto nominal se obtiene:

$$\frac{H_t^{SPG} - M_t}{P_t y_t} = (1+i_t)\left(\frac{P_{t-1}y_{t-1}}{P_t y_t}\right)\frac{H_{t-1}^{SPG} - M_{t-1}}{P_{t-1}y_{t-1}} + \left(\frac{P_{t-1}y_{t-1}}{P_t y_t}\right)\frac{i_t M_{t-1}}{P_{t-1}y_{t-1}} + \frac{T_t^g - G_t^g + OI_t - OG_t}{P_t y_t}$$

$$\Rightarrow h_t^{SPG} - m_t = \frac{(1+i_t)}{(1+\pi)(1+g)}\left(h_{t-1}^{SPG} - m_{t-1}\right) + \left(\frac{i_t}{(1+\pi)(1+g)}\right)m_{t-1} + t_t^g - g_t^g + oi_t - og_t \quad (2)$$

donde (1+π), (1+g), P_t, y y_t son respectivamente P_t/P_{t-1}, y_t/y_{t-1}, el deflator implícito de PIB, y PIB real; las letras minúsculas denotan variables como proporción del PIB.[8]

Restricción presupuestaria intertemporal del Sector Público Global

La restricción presupuestaria intertemporal de SPG establece la relación entre el valor presente de la trayectoria de ingresos, y el valor presente de la trayectoria de gastos de SPG, dado un saldo de activo iniciales. En esencia esta relación se obtiene igualando la suma descontada de cambios futuros en el patrimonio ($h_t^{SPG} - m_t$) a la suma descontada de superávits futuros.

Considere la derivación de la restricción presupuestaria intertemporal contenida en el Cuadro 4. La ecuación (1) es la restricción presupuestaria de SPG que se detalla en el Cuadro 3 con una modificación. Esta modificación consiste en agrupar las diferencias entre las distintas tasas de interés en el lado derecho de ecuación, junto con los orígenes del déficit. Esto permite que aun cuando se utilice una tasa de interés común para obtener el valor presente de las trayectorias de ingresos, y gastos, el impacto de las diferencias en las tasas se reflejen explícitamente la restricción presupuestaria intertemporal. La ecuación (2) toma la restricción presupuestaria:

$$\Delta(h_t - m_t) - \phi \times (h_{t-1} - m_{t-1}) = \mathrm{B}_t,$$

---

[8] En tiempo continuo obtenemos la expresión:

$$\dot{h}_t^{SPG} - \dot{m}_t = (i_t - \pi - g)\left(h_t^{SPG} - m_t\right) + i_t m_t + t_t^g - g_t^g + oi_t - og_t$$

calcula la suma futura descontada de ésta. La cual se simplifica debido a las propiedades de los términos en las sumatorias a la siguiente expresión:[9]

$$\left(h_{t_0+n}-m_{t_0+n}\right)\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}-\left(h_{t_0-1}-m_{t_0-1}\right)\cdot(1+\phi)=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$$

donde $1+\phi=\dfrac{1+i}{\left(1+\pi\right)\left(1+g\right)}$, y B_t corresponde al superávit primario del período t más "el ahorro" que se obtiene por no pagar intereses sobre el stock de base monetaria ($i_t m_t$). La ecuación (3) elimina la posibilidad de que el valor presente de la deuda del SPG sea distinto de cero en el futuro, es decir se impone la condición transversalidad:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{h_{t_0+n}-m_{t_0+n}}{\left(1+\phi\right)^n}\right)=0\,.$$

La ecuación (4) contiene la restricción presupuestaria intertemporal que está dada por:

$$-\left(h_{t_0-1}-m_{t_0-1}\right)\cdot(1+\phi)=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}\tag{3}$$

[9] La parte izquierda de la suma descontada se simplifica porque los sumando son:

$$\left\{\mathrm{A}_{t_0}-(1-\phi)\cdot\mathrm{A}_{t_0-1}\right\}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^0}=\mathrm{A}_{t_0}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^0}-\mathrm{A}_{t_0-1}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{-1}},$$

$$\left\{\mathrm{A}_{t_0+1}-(1-\phi)\cdot\mathrm{A}_{t_0}\right\}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^1}=\mathrm{A}_{t_0+1}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^1}-\mathrm{A}_{t_0}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^0},$$

$$\left\{\mathrm{A}_{t_0+2}-(1-\phi)\cdot\mathrm{A}_{t_0+1}\right\}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^2}=\mathrm{A}_{t_0+2}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^2}-\mathrm{A}_{t_0+1}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^1},$$

$$\vdots$$

$$\left\{\mathrm{A}_{t_0+n}-(1-\phi)\cdot\mathrm{A}_{t_0+n-1}\right\}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}=\mathrm{A}_{t_0+n}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}-\mathrm{A}_{t_0+n-1}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{n-1}}$$

donde $A_t=h_t-m_t$. Así, la suma de estas ecuaciones está dada por:

$$-\mathrm{A}_{t_0-1}\cdot(1+\phi)+\mathrm{A}_{t_0+n}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}$$

de manera que la suma descontada de ambos lados de la relación saldo-flujo se puede expresar como:

$$\mathrm{A}_{t_0+n}\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}-\mathrm{A}_{t_0-1}\cdot(1+\phi)=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$$

Es decir, la suma descontada de los superávit primarios futuros (más el ahorro en intereses asociados a la base monetaria) debe ser igual a la deuda neta inicial del SPG. La ecuación (3) hace evidente que una reducción en el superávit fiscal primario de hoy debe ser compensada con un aumento en el superávit futuro, dadas la demanda por dinero, la tasa de interés nominal y real, y la tasa de crecimiento de la economía.

Pagos de la deuda del BCCR.

Antes de pasar a la siguiente sección, y dada la magnitud de los pagos recientes de la deuda del gobierno central a BC, es útil considerar cómo este pago se manifiesta en las restricciones presupuestarias en los Cuadros 1-3. Para ello es importante notar que: (1) para BC el pago de la deuda implica una reducción en el saldo de *CIN* (activo), y los fondos de estos pagos se han utilizado para reducir uno a uno el saldo de *BEM*, y (2) para SPNF el pago se financia con aumentos en títulos de propiedad y deuda externa lo que implica una reducción en el saldo de *CIN* (pasivo), y un aumento en *TP* y DEN^g .

Estos pagos tienen efectos en las futuras restricciones presupuestarias, ya que la tasa efectiva de interés sobre *CIN* es considerablemente menor a la tasa asociada a *BEM*, y a *TP* y DEN^g. Considere primero BC, específicamente el estado de resultado, Cuadro 1, ecuación (2). Por cada colón en que se reduce el saldo de *BEM*, se reduce el gasto en intereses en i colones, y por cada colón en que se reduce el saldo de *CIN*, los ingresos por intereses se reducen en $\tilde{i}$ colones. Debido a que $\tilde{i} < i$, la reducción en el gasto es mayor que la reducción en ingresos por intereses, por lo que el déficit (superávit) de BC disminuye (aumenta).

Considere ahora SPNF, específicamente el estado de resultado, Cuadro 2, ecuación (2). En este caso por cada colón en que se reduce el saldo de *CIN*, los gastos en intereses de SPNF se reducen en $\tilde{i}$ colones, y por cada colón en que aumenta el saldo en *TP* y DEN^g el gasto en intereses aumenta respectivamente en i^{TP} y $(i^* + \hat{e})$. Debido a que $\tilde{i} < i^{TP}$, y $\tilde{i} < i^* + \hat{e}$ el aumento en el gasto es mayor que el ahorro asociado a un menor saldo en *CIN*, por lo que el déficit (superávit) de SPNF aumenta (disminuye).

Considere finalmente SPG, específicamente el estado de resultado, Cuadro 3, ecuación (2). En este caso el efecto sobre el déficit depende de la diferencia de la tasa sobre *BEM* y las tasas sobre *TP* y DEN^g. Si las tasas son iguales entonces el pago no tiene ningún efecto sobre el déficit de SPG. Sin embargo, si las tasas de interés asociadas a *TP* y DEN^g son mayores que las de *BEM*, entonces el déficit de SPG aumenta (superávit disminuye).[10]

[10] Los pagos de la deuda también afectan la dinámica del patrimonio a través de su efecto sobre el déficit (vea HMRST). En particular, para *BC* los pagos en la deuda podrían llevar a una desaceleración en el aumento de *BEM*, o un menor uso del señoreaje como fuente de financiamiento. Mientras que para SPNF los pagos podrían llevar a una aceleración en el aumento de *TP* y y DEN^g que podría ser mitigada en el tanto haya una reducción en AN^g.

3. MODELOS ECONÓMICOS Y REDUCCIÓN DE LA INFLACIÓN

En esta sección, se presenta un modelo macroeconómico para una economía pequeña y abierta. Se presentan dos tipos de modelo relevantes para analizar el impacto de cambios en las políticas económicas, particularmente política fiscal y monetaria. El primer modelo se formula en el contexto de un agente representativo que tiene un horizonte de planeamiento infinito. En este modelo se cumple la Equivalencia Ricardiana, por lo que una política de reducción de impuestos en el presente a cambio de mayores impuestos futuros, no tiene ningún efecto sobre el gasto privado. El segundo modelo se formula en el contexto de generaciones traslapadas con una probabilidad positiva de morir. En éste caso, una sustitución de impuestos presentes por impuestos futuros sí tiene efectos sobre el gasto agregado. En particular, existe una probabilidad para cada agente, de morir antes de que los impuestos aumenten en el futuro, por lo que la reducción actual en impuestos produce un efecto riqueza. A pesar de que este modelo es más realista, tiene la desventaja de presentar un marco formal donde extensiones son difíciles de incorporar. Por esta razón desarrollamos ambos modelos a continuación.

La presentación de los modelos se divide de la siguiente manera. Primero se presentan los *supuestos comunes* a los dos modelos, que en esencia son una economía pequeña y abierta con dos sectores (transables y no transables), un tipo de cambio predeterminado, y una cuenta de capitales abierta. Seguidamente, se presenta *el comportamiento del consumidor*, que se obtiene de maximizar su función de utilidad sujeto a una restricción presupuestaria intertemporal. Luego se continúa con la discusión de la *restricción presupuestaria de SPG* que se basa en la sección anterior, y considera políticas que garantizan la solvencia de SPG.[11] Y para cerrar los modelos se discuten los *equilibrios en los mercados de no-transables, dinero, y bienes transables*. La sección concluye con la descripción de la dinámica y algunas simulaciones para ilustrar el impacto de un deterioro fiscal temporal y de una reducción en la inflación.

Supuestos comunes. Los modelos parten de una serie de supuestos comunes. Específicamente, modelan una economía pequeña y abierta con dos sectores que producen bienes transables y no-transables. Los precios en el sector de bienes transables están dados por la paridad de precios: $P^T = E \cdot P^{T^*}$, donde P^T, P^{T^*}, y E son respectivamente, el precio doméstico de los bienes transables en moneda nacional, el precio internacional de productos transables en dólares, y el tipo de cambio nominal. Los precios en el sector de bienes no-transables se determinan por las condiciones de oferta y demanda doméstica de estos bienes. Para concentrar la atención en la esencia del problema en esta nota se supone que la producción en los dos sectores crece a una tasa constante común que se determina exógenamente.[12] En particular, se supone en ambos modelos que la dotación de productos de cada agente crece a la misma tasa (g).

[11] Vea Hoffmaister, et al, "Solvencia del Sector Público Global: Una Exploración Empírica para Costa Rica," Nota de Investigación #04-01, Banco Central de Costa Rica, junio, 2001b

[12] Extensiones posteriores de estos modelos incorporarán funciones de producción, acumulación de capital, y mercados laborales.

Además se parte de un tipo de cambio predeterminado, donde su evolución está dada por una tasa de devaluación constante, ε. Este régimen cambiario junto con una cuenta de capital abierta llevan a que la tasa de interés doméstica se determine por la condición de paridad descubierta, $i = i^* + \varepsilon$, donde i, i^*, y ε son respectivamente la tasa de interés nominal doméstica, la tasa de interés nominal internacional, y la tasa de devaluación.[13] Suponemos, además, que la tasa de interés real internacional y la tasa de inflación internacional se mantienen constantes.

Población. En ambos modelos la población se supone constante. El modelo de agente representativo supone que todos los agentes en la economía son idénticos, con un horizonte de vida infinito.

En contraste, el modelo de generaciones traslapadas supone que la población está compuesta por agentes heterogéneos, pues han nacido en fechas distintas y se encuentran en etapas diferentes de su ciclo de vida. Se supone que en cada momento del tiempo nace un nuevo cohorte y muere igual número de personas. La probabilidad de muerte para cada agente está dada por (ρ) y es estrictamente mayor que cero.

En ambos modelos el tamaño de la población ha sido normalizado a uno para simplificar los cálculos. En el Apéndice se describe formalmente la distribución de la población que se ha supuesto en cada uno de los modelos.

Comportamiento del consumidor. En ambos modelos se considera que el consumidor maximiza una función de utilidad esperada sujeto a una restricción intertemporal de ingreso. En el modelo de agente representativo la utilidad en el momento *t* toma la siguiente forma:

$$E[U] = \int_t^\infty \left[\log\left(\tilde{c}_z^N\right) + \log\left(\tilde{c}_z^T\right) \right] e^{-\beta(z-t)} dz$$

donde β, $\tilde{c}_t^T$ y $\tilde{c}_t^N$ denotan, respectivamente, la tasa de preferencia intertemporal, y el consumo individual de transables y no transables en términos reales. De aquí en adelante, el signo "~" sobre cada variable indica que éste corresponde a su valor individual en lugar de su valor agregado.

[13] La paridad en precios de bienes transables y la paridad en tasas de interés implica que la tasa de interés real doméstica en términos de transables es igual a la tasa real internacional: $P^T = EP^{T*} \Rightarrow \pi^T = \pi^{T*} + \varepsilon$, por lo que $i = i^* + \varepsilon \Rightarrow i - \pi^T = i^* + \varepsilon - \left(\pi^{T^*} + \varepsilon\right) \Rightarrow i - \pi^T = i^* - \pi^{T^*}$.

En el modelo de generaciones traslapadas, la función de utilidad esperada está dada por:

$$E[U] = \int_t^{\infty} \left[\log\left(\tilde{c}_z^N\right) + \log\left(\tilde{c}_z^T\right) \right] e^{-(\beta+\rho)(z-t)} dz \,,$$

donde ρ denota la probabilidad de muerte del individuo. Este modelo supone que los individuos tienen una probabilidad de muerte mayor que cero, y no incluyen el bienestar de sus descendientes en su utilidad. Note que el efecto sobre la utilidad esperada de un aumento en la probabilidad de muerte, es equivalente al de un aumento en la tasa de preferencia intertemporal. El Apéndice muestra la derivación de esta función de utilidad esperada en al nota al pie #3.

Las restricciones presupuestarias para los dos modelos son ligeramente distintas, y la diferencia refleja el hecho de que en el modelo de generaciones traslapadas los consumidores tiene una probabilidad positiva de morir. En general, la restricción presupuestaria del individuo establece que los movimientos de su riqueza financiera individual, $\dot{\tilde{a}}_t$, reflejan la diferencia entre los ingresos y los egresos en *t*.

En el modelo de agente representativo, los ingresos incluyen el retorno sobre sus activos financieros, $r_t\tilde{a}_t$, la producción de bienes transables y no-transables, $\tilde{y}_t^T + \tilde{y}_t^N / e_t$, y las transferencias netas que recibe del gobierno, τ . Los egresos incluyen el consumo de bienes transables y no transables, $\tilde{c}_t^T + \tilde{c}_t^N / e_t$, los costos de transacción, y el costo de oportunidad de mantener saldos monetarios. Así, la restricción presupuestaria en el período *t* está dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{\tilde{a}}_t = r_t\tilde{a}_t + \tilde{y}_t^T + \frac{\tilde{y}_t^N}{e_t} + \tilde{\tau}_t - \tilde{c}_t^T - \frac{\tilde{c}_t^N}{e_t} - \tilde{s}_t - i_t\tilde{m}_t \qquad (4)$$

En el modelo de generaciones traslapadas, la restricción presupuestaria individual es idéntica a (4) con excepción del retorno sobre la riqueza financiera, que está dado por $r_t + \rho$ en lugar de r_t, donde ρ es la probabilidad de muerte del individuo. Esto refleja el supuesto de que, al morir, los individuos no heredan su riqueza, sino que, durante toda su vida, una compañía aseguradora les paga una tasa ρ sobre su riqueza financiera, a cambio de que la compañía reciba la riqueza del individuo a la hora de su muerte.[14]

[14] Este supuesto simplifica el modelo notablemente pues permite eliminar la posibilidad de herencias.

Maximizando la función de utilidad logarítmica dada la restricción presupuestaria (4) e imponiendo la condición de transversalidad para la riqueza privada (vea el apéndice para los detalles), se obtiene, a nivel del individuo, la ecuación de movimiento para el consumo de transables, la ecuación de demanda por no transables y la demanda por dinero.

Específicamente, tanto para el modelo de agente representativo como el de generaciones traslapadas, la ecuación de movimiento del consumo individual de transables está dada por:

$$\dot{\tilde{c}}_t^T = \left(r - \beta - \frac{p'(i_t)}{p(i_t)} \cdot \dot{i}_t \right) \tilde{c}_t^T$$

que junto con la restricción presupuestaria (4) y la condición de transversalidad determinan una trayectoria de demanda individual por bienes transables. Note que el término $p(i_t)$ denota el precio efectivo de consumo, que incluye el precio unitario del consumo, el costo de transacción, y el costo de oportunidad del dinero que se mantiene ocioso durante el período para poder comprar el bien. Este precio aumenta con la tasa nominal de interés, $p'(i_t) > 0$, cuando la elasticidad de la demanda por liquidez ó dinero es menor a menos uno.[15]

La demanda individual por bienes no transables dado un nivel de consumo de transables está dada por:

$$\tilde{c}_t^N = e_t \tilde{c}_t^T ,$$

de manera que la demanda por bienes no transables aumenta con el tipo de cambio real dado un nivel de consumo por no transables.

Por su parte, la demanda por dinero tiene la siguiente forma:

$$\tilde{m}^d{}_t = L(i_t) \cdot \left(\tilde{c}_t^T + \frac{\tilde{c}_t^N}{e_t} \right), \text{ donde } L'(i) < 0 .$$

---

[15] El precio efectivo del consumo, $p(i_t)$, es igual a $1 + i_t L(i_t) + v(L(i_t))$, donde $L(i_t)$, y $v(L(i_t))$ son respectivamente la demanda por dinero, ó liquidez, y la función de costos de transacción por unidad consumida. Diferenciando el precio efectivo con respecto a *i*, se obtiene que: $p'(i_t) = L(i_t) \cdot \{1 + \eta_i\} + L'(i_t) \cdot \nu'(i_t)$ donde η_i es la elasticidad de la demanda de liquidez ó dinero. De manera que $p'(i_t) > 0$ cuando η_i>-1 porque L'(.) y ν '(.) son negativas, tal y como se especifica en las ecuaciones (.15) y (.19) del apéndice.

Debido a que los costos asociados a las transacciones disminuyen con la razón de dinero a consumo, se produce una demanda por saldos reales que aumenta proporcionalmente con el consumo. La demanda de dinero varía inversamente con la tasa nominal de interés que es el costo de oportunidad del dinero.

Note que las demandas por consumo y dinero obtenidas hasta ahora son demandas individuales. En el modelo de agente representativo, no es necesario distinguir entre variables individuales y agregadas, porque se supone que la economía está compuesta por un solo agente. Sin embargo, en el modelo de generaciones traslapadas la distinción entre variables individuales y agregadas es necesaria. La forma que toman las funciones de oferta y demanda agregadas en este modelo se presentará más adelante.

Restricción presupuestaria de SPG. La restricción presupuestaria de gobierno que se utiliza es la versión en tiempo continuo correspondiente a **(2)**. Suponemos que todos los activos y pasivos, a excepción del dinero, pagan una misma tasa de interés, de manera que $i^{TP} = i^* + \varepsilon = i^A = i$. Así, los términos de ajuste, a los que se hace referencia en el Cuadro 4, desaparecen excepto el término $i \cdot m$.[16]

Con el fin de simplificar el modelo, suponemos que el total de gastos de SPG está constituido únicamente por el servicio de la deuda pública y gastos por concepto de transferencias de suma fija (no distorsionantes). Suponemos, además, que los ingresos no financieros, son impuestos de suma fija. Así, el déficit primario está dado por las transferencias netas del gobierno, τ, definidas como las diferencia entre gastos en transferencias e ingresos por impuestos de suma fija. En términos de la notación utilizada en **(2)**, esto implica:
$\tau = g^g - t^g + og - oi$.

Dado lo anterior, podemos re-escribir la ecuación análoga de **(2)** en tiempo continuo como:

$$\dot{h}_t - \dot{m}_t = \left(r_t - g\right)\left(h_t - m_t\right) + i_t m_t - \tau_t \tag{5}$$

donde $h = aen - den + oan - an^g - \left(bem + tp^g\right)$ denota los activos netos de SPG como proporción de la producción de transables, y *r*, *g*, *i*, y *m* son respectivamente la tasa real de interés, la tasa de crecimiento de la producción, la tasa nominal de interés, y la base monetaria como proporción de la producción de transables.[17]

La condición de transversalidad para SPG requiere que el valor presente de su patrimonio en un horizonte infinito tienda a cero:

---

[16] Suponemos que la tasa de interés asociada a OAN es también igual a i de manera que el término de ajuste i ⋅oan también desaparece.

[17] Dividimos por la producción de transables en lugar de la producción total porque esto facilita la solución del modelo. Una vez resuelto el modelo, podemos obtener fácilmente la trayectoria de las variables como proporción de la producción total.

$$\lim_{t\to\infty}\left(h_t - m_t\right)e^{-(r_s-g)t} = 0 \qquad (6)$$

Utilizando la restricción presupuestaria de flujo (5) y la condición de transversalidad (6) obtenemos la restricción presupuestaria intertemporal que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\int_t^\infty \left(\tau_z\right)e^{-(r_s-g)(z-t)}dz = h_t - m_t + \int_t^\infty \left(i_z m_z\right)e^{-(r_s-g)(z-t)}dz \qquad (7)$$

Equilibrios en los mercados de no-transables, dinero, y bienes transables. El equilibrio en el mercado de bienes no-transables requiere que el consumo sea igual a la producción,

$$c_t^N = y_t^N \qquad (8)$$

donde c^N y y^N representan el consumo y producción agregada de no transables como proporción del producto. Como se describe en el apéndice, la demanda agregada de consumo de no transables (en ambos modelos) es función del tipo de cambio real: $c_t^N = e_t c_t^T$, dado un nivel de consumo de transables. Sustituyendo en (8) se obtiene el valor de equilibrio del tipo de cambio real en función del consumo de transables y la oferta (exógena) de no transables:

$$e_t = \frac{y_t^N}{c_t^T} \qquad (9)$$

El equilibrio en el mercado de dinero se obtiene cuando la demanda monetaria es igual a la oferta monetaria. Como se deriva en el Apéndice, la demanda agregada por saldos reales como proporción del producto tiene la forma:

$$m^d{}_t = L\left(i_t\right)\cdot\left(c_t^T + \frac{c_t^N}{e_t}\right) \qquad (10)$$

donde $L'\left(i_t\right) < 0$. De manera que la demanda por dinero aumenta con el consumo (como proporción del producto) y disminuye con la tasa nominal de interés. Observe que cuando la demanda por dinero tiene una elasticidad menor que uno respecto de la tasa de interés nominal, un aumento en la tasa de inflación produce un aumento en $i \cdot m$ (dada una tasa internacional de interés, los niveles de consumo y el tipo de cambio real).[18]

[18] Suponiendo paridad en poder de compra y paridad de tasas de interés con la tasa internacional, un aumento en la tasa de inflación implica un aumento en la tasa nominal de interés dada una tasa de interés internacional.

Considere la oferta monetaria. La oferta monetaria está dada por $m^s = M^{nom} / (EP^T y^T)$, donde M^{nom}, E, P^T y y^T denotan respectivamente la oferta monetaria nominal, el tipo de cambio nominal, y el precio y producción de transables. De manera que el equilibrio en el mercado monetario implica:

$$\frac{M^{nom}}{EP^T y^T} = L(i_t) \cdot \left(c_t^T + \frac{c_t^N}{e_t} \right) \tag{11}$$

Note que dado un régimen de tipo de cambio predeterminado, un nivel de producción de transables, y un nivel de consumo, la variable que se ajusta para lograr el equilibrio en el mercado monetario es la oferta monetaria nominal.[19]

El equilibrio en el mercado de transables está dado por la demanda de transables, ya que la oferta de transables en una economía pequeña y abierta es perfectamente elástica, y el precio se determina por la condicion de paridad: $P^T = E \cdot P^{T^*}$. Sin embargo, note que el acceso a una oferta perfectamente elástica de bienes transables está sujeto a que la economía sea solvente.

Agregando la restricción presupuestaria del sector público con aquella del sector privado, y dada la condición de equilibrio en el mercado de no-transables ($c^n = y^n$), se obtiene la condición de solvencia para la economía como un todo (la derivación se encuentra en el Apéndice):

$$\int_t^{\infty} \left(c_z^T \right) e^{-(r_s - g)(z-t)} dz = a_t + h_t - m_t + \int_t^{\infty} \left(y_z^T - s_z \right) e^{-(r_s - g)(z-t)} dz$$

Es decir, el valor presente de la trayectoria de consumo de transables debe ser igual al valor presente de la producción de transables neta de costos de transacción, más la riqueza agregada inicial.[20]

La trayectoria óptima de consumo agregado de transables se obtiene a partir de dos relaciones: la ecuación de movimiento para la riqueza privada agregada, y la ecuación de movimiento del consumo agregado de transables. El Cuadro 5 presenta estas ecuaciones, expresando todos los flujos y saldos como proporción de la producción de transables[21]. La derivación de estas ecuaciones se presenta en el Apéndice.

---

[19] Debido a la paridad de tasas de interés y a la paridad en el poder adquisitivo, la tasa de interés nominal y el precio de transables quedan determinados por la tasa de interés internacional, la tasa de devaluación y el tipo de cambio nominal.

[20] Hemos expresado todas las variables como proporción de la producción de transables y por lo tanto el término y^T es igual a 1 para todo t.

[21] Expresamos las variables como proporción de la producción, porque esto nos permite encontrar un nivel de estado estacionario para estas variables aún cuando la producción esté en constante crecimiento.

Note que el término adicional en la ecuación de movimiento del consumo en el modelo de generaciones traslapadas se debe a que los agentes descuentan más fuertemente la utilidad futura que en el modelo de agente representativo, ya que enfrentan una probabilidad de muerte ρ.

Cuadro 5. Ecuaciones de Movimiento para la Riqueza Privada, y el Consumo

Modelo	
Agente representativo	Generaciones traslapadas
$\dot{a}_t = (r-g)\cdot a_t + 1 + \tau_t \ - c_t^T \cdot \left\{ 1 + 2\cdot\left(i_t \cdot L(i_t) + v\left(L(i_t)\right) \right) \right\}$	
$\dot{c}_t^T = \left(r - g - \beta - \frac{p'(i_t)}{p(i_t)} \cdot \dot{i}_t \right) c_t^T$	$\dot{c}_t^T = \left(r - g - \beta - \frac{p'(i_t)}{p(i_t)} \cdot \dot{i}_t \right) c_t^T - \left(2\int_t^{\infty} p\left(i_z\right) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \right)^{-1} \rho a_t$
$\lim_{t \to \infty} \left\{ a_t e^{-(r-g)t} \right\} = 0$	

Nota: Los símbolos a_t, c_t, y τ_t denotan respectivamente la riqueza privada agregada, consumo agregado y transferencias netas del gobierno, todo como proporción de la producción de bienes transables.

Dinámica del sistema

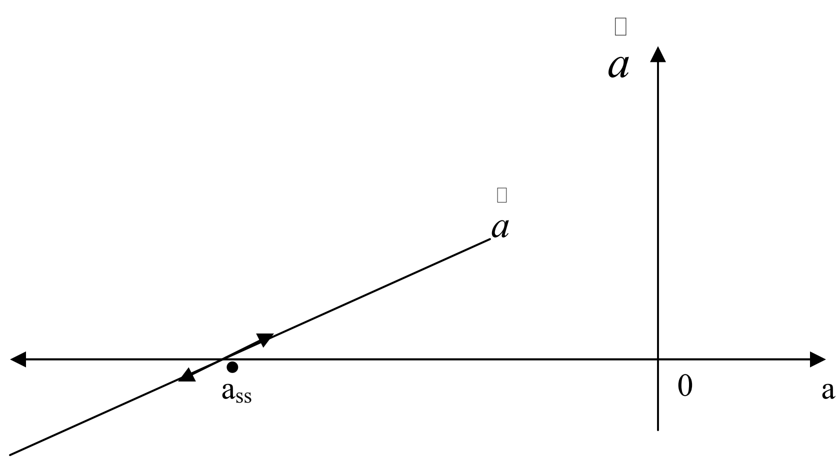
Supongamos por ahora que las transferencias netas junto con la tasa de interés internacional y la tasa de devaluación se mantienen constantes. Por paridad descubierta de tasas de interés, esto implica una tasa nominal de interés constante, es decir, $\dot{i} = 0$.

Considere las ecuaciones de movimiento en el Cuadro 5. En el modelo de agente representativo, la existencia de un nivel estacionario para el consumo (con respecto al producto) requiere suponer que $r - g = \beta$ (dado que $\dot{i} = 0$). Dada esta condición, se obtiene que la trayectoria del consumo debe ser constante, independientemente del nivel de riqueza financiera. Este nivel constante de consumo está dado por:

$$c_t^T = \frac{(r-g)a_0 + 1 + \tau}{1 + 2 \cdot \left(i \cdot L(i) + v\left[L(i)\right]\right)} \tag{12}$$

Observe que este nivel de consumo garantiza que el nivel de riqueza financiera se mantiene constante en su nivel inicial dado por a_0. Es posible corroborar esto sustituyendo este valor para el consumo en la ecuación de movimiento para la riqueza financiera presentada en el Cuadro 5. Al hacerlo, se obtiene $\dot{a} = 0$. Debido a que la ecuación de movimiento de *a* es inestable, cualquier nivel de consumo distinto del señalado en (12) haría que *a* explote (hacia arriba o hacia abajo) en el tiempo. La figura 1 muestra la dinámica de la riqueza privada. a_{ss} representa el nivel de estado estacionario de *a*.

Figura 1



Un nivel de consumo mayor (menor) que el indicado por (12) implicaría que el nivel inicial de riqueza, a_0, es menor (mayor) que el de estado estacionario, a_{ss}, por lo que la riqueza financiera tendería a explotar hacia abajo (arriba) en el tiempo.

Observe que, dado un nivel de consumo, el nivel de riqueza financiera varía en la misma dirección que el superávit primario. Un aumento en el superávit primario ($-\tau$) desplaza la línea $\dot{a}$ hacia abajo en la Figura 1, con lo que la riqueza de estado estacionario aumenta.

En el caso del modelo de generaciones traslapadas, la existencia de un estado estacionario en el consumo como proporción de la producción no requiere de la condición $r-g=\beta$. Como se detalla en el apéndice, el nivel de estado estacionario de la riqueza privada será positivo o negativo dependiendo de si $r-g$ es menor o mayor que la tasa de preferencia intertemporal, β. La discusión se centra en el caso en que la riqueza privada en el estado estacionario es negativa por ser esta la situación probable de Costa Rica.

La Figura 2 muestra la dinámica del modelo de generaciones traslapadas dado un nivel constante en las transferencias netas del gobierno. El modelo se caracteriza por converger al estado estacionario, EE, sólo si los niveles iniciales de c y a se ubican en algún punto de la senda que corresponde a la "trayectoria de ensilladura". Sobre la trayectoria de ensilladura, los niveles iniciales de consumo deberán ser mayores (menores) que el nivel de estado estacionario, si el nivel inicial de riqueza es mayor (menor) que el de estado estacionario de modo que la riqueza disminuya (aumente) en el tiempo hasta alcanzar el punto EE. El Apéndice _ presenta la solución al sistema de ecuaciones de movimiento así, el análisis de estabilidad del sistema y la solución analítica para la trayectoria de ensilladura.

La línea $\dot{c}^T = 0$ muestra las combinaciones de consumo y riqueza privada que permiten que el consumo se mantenga constante en el tiempo. Estas combinaciones de consumo y riqueza se pueden describir con la siguiente ecuación (que se obtiene a partir de la ecuación de movimiento en el Cuadro 5):

$$\dot{c}_t^T = 0 \Rightarrow c_t^T = \frac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)\,p(i_2)} a_t$$

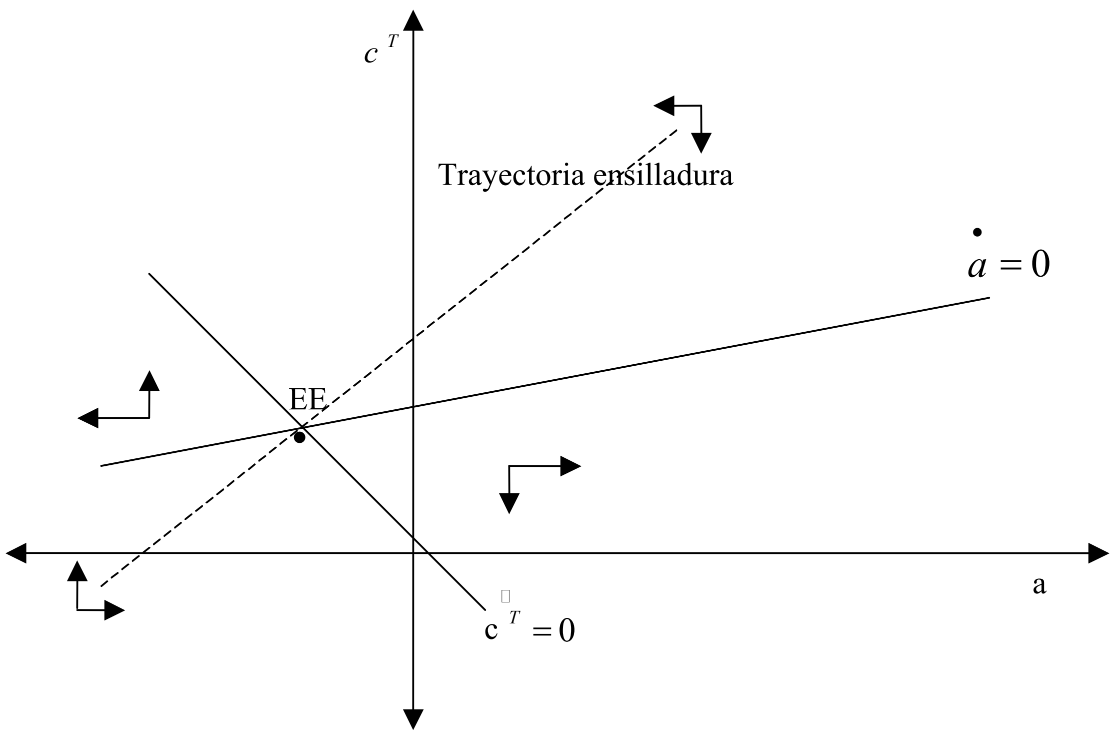
En forma análoga, la línea $\dot{a} = 0$ muestra las combinaciones de consumo y riqueza privada que permiten que el consumo se mantenga constante en el tiempo. Estas combinaciones de consumo y riqueza se pueden describir con la siguiente ecuación:

$$\dot{a}_t = 0 \Rightarrow c_t^T = \frac{r-g}{1+2\left\{i_2 L(i_2) + v\left[L(i_2)\right]\right\}} a_t + \frac{Y^T + \tau_2}{1+2\left\{i_2 L(i_2) + v\left[L(i_2)\right]\right\}}$$

Observe que un aumento en el superávit primario (una disminución en τ) implica un desplazamiento hacia abajo en la línea $\dot{a} = 0$, que llevaría a una disminución en el nivel de consumo y un aumento en la riqueza privada de estado estacionario.

El punto de intersección de estas dos líneas constituye el nivel de estado estacionario para la riqueza privada y el consumo.

Figura 2

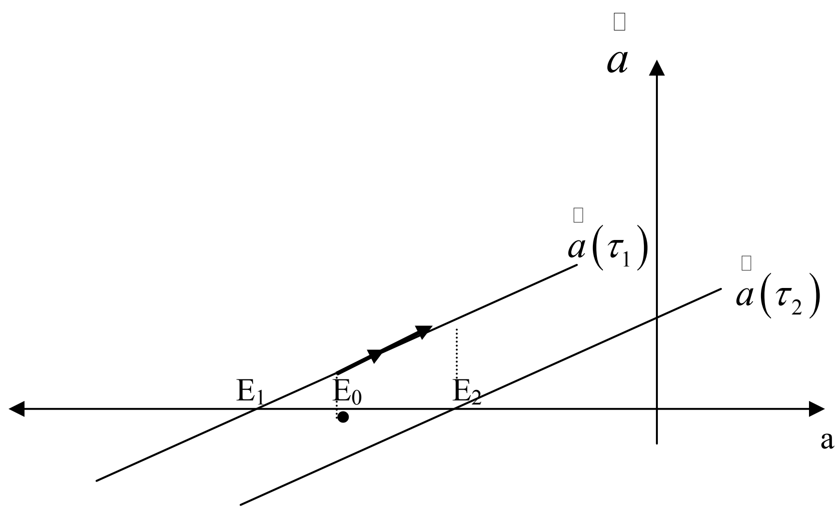


Efecto de una reducción temporal en el superávit primario

Suponga que el gobierno reduce el superávit primario en forma temporal, específicamente, durante el período $t \in [0, T]$. Suponga además que, para compensar el efecto de esta medida sobre las finanzas públicas, el gobierno aumenta el superávit primario a partir de t = T, de modo que el valor presente de los superávits futuros no cambia. En el modelo de agente representativo, esta medida no tiene ningún efecto sobre la demanda por consumo debido a que el valor presente de las transferencias netas del gobierno no cambia, como tampoco lo hace el valor presente del producto. En otras palabras, el agente anticipa que la reducción en el superávit primario será revertida en el futuro de modo que su riqueza no varía y, por ello, no varía el consumo.

En este modelo, la dinámica que sigue la riqueza privada se ilustra en la Figura 3:

Figura 3

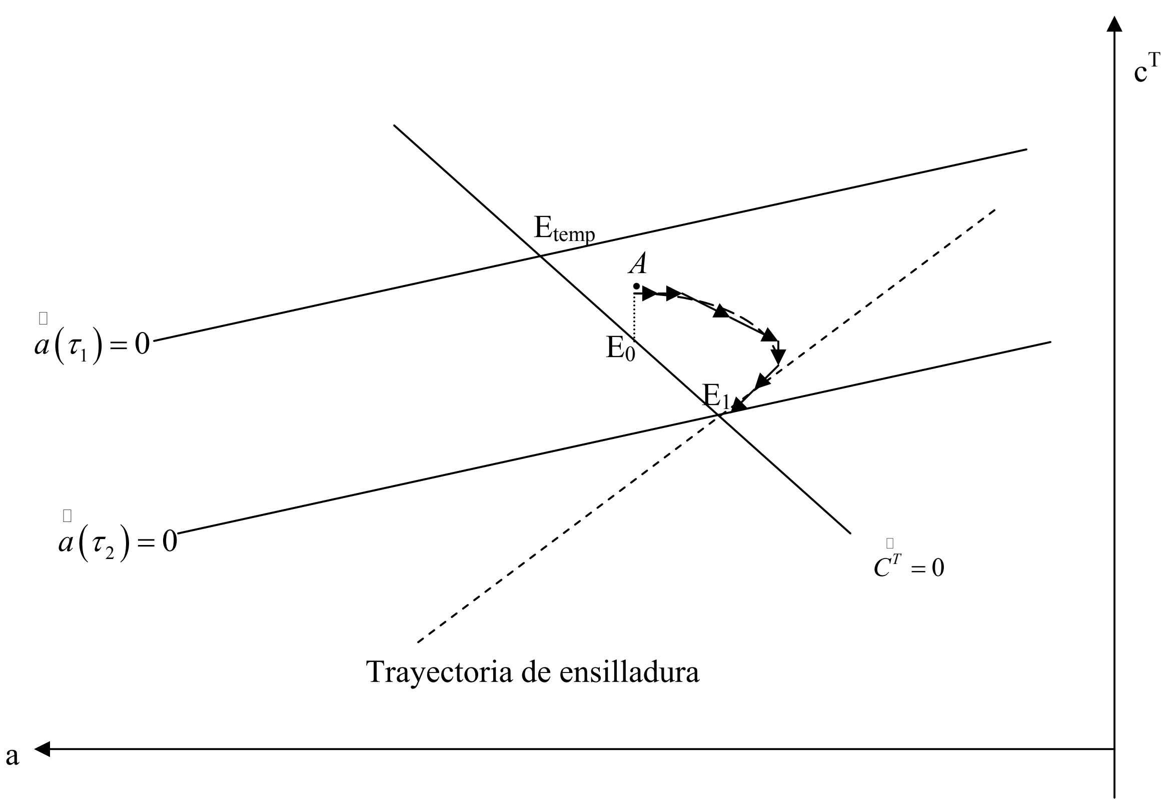


Suponga que el nivel inicial de riqueza está dado por el punto E_0. Con la reducción inicial en el superávit primario (desde $-\tau_0$ a $-\tau_1$), el nivel de estado estacionario de *a* disminuye desde el punto E_0 al punto E_1. Con esta baja, la ecuación de movimiento de *a* sugiere que *a* sigue una trayectoria inestable alejándose del punto E_1. El hecho de que el valor inicial de *a* sea mayor que su valor de estado estacionario hace que *a* comience a aumentar. En el momento t = T, el nivel de superávit primario sube, por lo que el nivel de *a* de estado estacionario sube al punto E_2. El movimiento de *a* durante $t \in [t_0, T]$ es tal que en el momento t = T, *a* alcanza un nivel que coincide exactamente con su nuevo nivel de estado estacionario E_2 dado $\tau = \tau_2$.

En el modelo de generaciones traslapadas, la política fiscal descrita sí afecta la trayectoria del consumo. En particular, un traslado de transferencias netas del gobierno desde el futuro hacia al presente produce un efecto riqueza para los individuos. Esto se debe a que existe una probabilidad de que los individuos mueran antes de que las transferencias netas bajen en el futuro para compensar por su aumento en el presente.

La Figura 4 ilustra la dinámica que siguen el consumo y la riqueza privada ante una baja temporal en el superávit primario. Suponemos que la economía se sitúa inicialmente en E_0 que es el estado estacionario que corresponde al nivel inicial de superávit primario. Cuando el gobierno reduce el superávit primario, la línea $\dot{a} = 0$ se traslada hacia arriba, definiendo un nuevo estado estacionario, E_{temp} (debido a que la reducción en el superávit es temporal, este punto será un estado estacionario temporalmente). Al darse la reducción inesperada en el superávit, y anunciarse que éste aumentará a partir de t = T, el nivel de consumo salta al punto A. El salto en consumo no es lo suficientemente grande como para alcanzar la trayectoria de ensilladura que corresponde al nuevo superávit primario, por lo que la riqueza y el consumo comienzan a alejarse del estado estacionario E_{temp}. La riqueza privada aumenta al tiempo que el consumo disminuye. Este comportamiento continúa hasta el momento T, en el cual el superávit primario aumenta a un nivel mayor que el inicial. El aumento en el superávit primario (reducción en transferencias netas) que se produce en t = T provoca un traslado de la línea $\dot{a} = 0$ hacia abajo, con lo que el nivel de consumo de estado estacionario se reduce, y el nivel de riqueza privada aumenta. En t = T, el consumo y la riqueza son tales que la economía se encuentra en la nueva trayectoria de ensilladura, y ambas variables convergen hacia su nuevo valor de estado estacionario E_1 a partir de ese momento (vea el Apéndice para una caracterización de las trayectorias de equilibrio para a y c^T, dada la política cambiaria y fiscal descrita).

Figura 4



Dinámica de la deuda pública y reservas monetarias internacionales

A partir de los movimientos de *c* y *a*, se puede descomponer la trayectoria de los activos netos del gobierno (*h*) en dos partes: el stock de reservas monetarias internacionales (rin) y el stock de deuda pública (*d*) (que se resta de las *rin* para obtener *h*). Las ecuaciones (5) y (10) permiten obtener la evolución de *h* dado un nivel inicial de patrimonio del gobierno ($h_0 - m_0$) y una trayectoria para la demanda por dinero. Sin embargo, hace falta especificar una política de deuda pública que permita proyectar la evolución de la deuda pública y de las reservas internacionales dada la evolución de *h*. En las simulaciones que se presentan en la sección final se supone que el gobierno cubre su déficit mediante emisión de deuda y no a través de una reducción en reservas monetarias internacionales. Esto, debido a la necesidad de que el régimen cambiario mantenga su credibilidad. Es decir la evolución de la deuda pública queda descrita por la siguiente ecuación:

$$\dot{d}_t = -\left(\dot{h}_t - \dot{m}_t\right) = -\left(r_t - g\right)\left(h_t - m_t\right) - i_t m_t + \tau_t$$

Dado el supuesto anterior, el comportamiento de RIN depende únicamente del comportamiento de la demanda por base monetaria:

$$rin = h + d$$
$$\Rightarrow \Delta rin = \Delta h + \Delta d = \Delta h - \left(\Delta h - \Delta m\right) = \Delta m$$
$$\Rightarrow \Delta rin = \Delta m$$

Simulaciones

El modelo de generaciones traslapadas se utiliza para simular el comportamiento de la deuda pública, inflación, cuenta corriente, reservas monetarias y otras variables, suponiendo una tasa de interés real de 8% y una tasa de crecimiento de 4%. Se supone además un superávit primario inicial de 0.87% del PIB. Este es el nivel mínimo que, si se mantiene constante en el tiempo, garantiza solvencia dada una deuda pública inicial de 50% del PIB. Evaluamos dos escenarios distintos. En el escenario primero, se simula el efecto de una disminución en el superávit primario desde 0.87% a 0% del PIB durante cuatro años, manteniendo una tasa de devaluación constante e igual a 7%. En el escenario segundo, se simula el efecto de una baja en la tasa de inflación del 10% al 5% (una reducción temporal en los ingresos por señoreaje) durante cuatro años, manteniendo un superávit primario constante.

Para estos dos escenarios, se consideran dos ajustes al cabo de los cuatro años. El ajuste primero es de carácter fiscal, es decir un aumento en el superávit primario tal que sea suficiente para cubrir no solamente los intereses sobre la deuda inicial, sino también sobre la deuda adicional acumulada durante los cuatro años. Este aumento en la deuda esta asociado a una reducción en el superávit (escenario 1), o en los ingresos por señoreaje (escenario 2). El ajuste segundo es más de carácter inflacionario, es decir un aumento en la inflación tal que, restaurando al nivel original del superávit (escenario 1) o manteniendo el nivel original del superávit (escenario 2), se generen los ingresos de señoreaje suficientes para cubrir no solamente los intereses sobre la deuda inicial, sino también sobre la deuda adicional acumulada durante los cuatro años.

En todos los casos, suponemos que un superávit primario de 0,87% del PIB junto con los ingresos por señoreaje asociados a una tasa de inflación de 10%, cubren exactamente los intereses sobre el saldo de deuda neta inicial del gobierno. Con ello, la deuda pública se mantiene constante en el tiempo, en ausencia de cambios en el superávit o en ingresos por señoraje. El Apéndice caracteriza la solución analítica de las trayectorias de equilibrio del consumo y la riqueza privada para cada uno de estos 4 casos.

Escenario 1. En este escenario se reduce el superávit de 0.87% a 0% del PIB durante cuatro años. Para cubrir esta reducción en superávit, el gobierno se endeuda año con año, con lo que la deuda pública aumenta en aproximadamente 4% del PIB en cuatro años.

Ajuste 1: Al cabo de cuatro años, el superávit debe aumentar a poco más que 1% del PIB, para cubrir los intereses sobre la deuda inicial más los intereses sobre la deuda adicional en que se incurrió. Es decir, el aumento sobre el superávit inicial es aproximadamente 0.4 puntos porcentuales del producto, que se puede aproximar recordando que $\left(r-g\right)\cdot \Delta Deuda = 0.04 * 4\% = 0.16\%$. Note que la reducción en superávit primario, asociada a menores impuestos, produce un aumento en el gasto interno agregado cercano a 0. 5% del PIB (Figura 5). El aumento en el gasto, dado el nivel de producto, implica un deterioro en la cuenta corriente por el mismo monto. Posteriormente, el gasto agregado se reduce en forma gradual, y la cuenta corriente vuelve a su valor de equilibrio (cero) en el largo plazo.

Además, observe que los bonos en manos del sector privado aumentan durante estos cuatro años, y como se mencionó anteriormente hay un aumento en la deuda pública, cercano al 4% del PIB (Figura 5). Lo primero se debe a que el ingreso disponible aumenta más de lo que aumenta el consumo, y lo segundo se asocia al mayor uso de deuda ante el deterioro del superávit primario. Después de los cuatro años, el ingreso disponible disminuye (al aumentar el superávit primario es decir al subir los impuestos), pero el consumo se mantiene alto por un tiempo de manera que los bonos en manos del sector privado disminuyen nuevamente. El saldo consolidado (sector público y privado) de activos netos en el exterior disminuye en forma gradual. Esto se debe a que la deuda pública crece más rápido que los bonos del sector privado durante los primeros cuatro años. Finalmente, la demanda por dinero aumenta levemente durante al aumentar el consumo, y se reduce gradualmente conforme el consumo disminuye. Las variaciones en la demanda por dinero se reflejan en variaciones similares en el saldo de reservas monetarias internacionales.

Ajuste 2: Debido a que la deuda pública aumenta durante esos cuatro años, el superávit original ya no es capaz de cubrir los intereses adicionales sobre la deuda pública (alrededor de 0.16% del PIB), y se incrementa la tasa de inflación para cubrir el faltante con ingresos por señoreaje. Específicamente, la inflación debe aumentar de 10% a 14% al finalizar el cuarto año para compensar el menor superávit fiscal de los cuatro años anteriores (Figura 6). Esto permite un aumento de poco más de 0.16% del PIB en los ingresos por señoreaje a partir del cuarto año. Al igual que en el ajuste 1, el consumo aumenta debido al aumento en ingreso disponible durante los primeros cuatro años, y esto se traduce en un déficit en cuenta corriente por el mismo monto en que aumenta el consumo. La evolución de la deuda pública y los bonos en manos privadas es muy similar a la del escenario anterior ya que, en ambos casos, reflejan el efecto de un baja temporal en impuestos (Figura 6). Note que la demanda por dinero cae (de 5.9% a 5.5% del PIB) al subir la inflación al cabo de cuatro años, lo que se refleja en una caída de igual magnitud en las reservas monetarias internacionales.

Escenario 2. El superávit primario se mantiene en 0.87% del PIB, pero la inflación se reduce de 10% a 5% durante 4 años. Para cubrir esta reducción en los ingresos por señoreaje, el gobierno se endeuda año con año, con lo que la deuda pública aumenta en poco más de 0.8% del PIB en cuatro años.

Ajuste 1: Al cabo de cuatro años, para compensar la baja en ingresos por señoreaje, se supone que se incrementa la tasa de inflación a un nivel tal que cubra el pago adicional de intereses por la deuda incurrida durante los cuatro años. La baja en la inflación provoca una reducción en los ingresos por señoreaje de aproximadamente 0.2% del PIB (Figura 7), con lo que en cuatro años esto implica un aumento en la deuda publica de más de 0.8% del PIB (esto debería incluir los intereses acumulados durante el período sobre la deuda adicional). Al finalizar este período, un aumento en la tasa de inflación a 11%, permite un nivel de ingresos por señoreaje mayor que el inicial en aproximadamente 0.032% del PIB. Observe que este es el monto necesario para cubrir los intereses (netos de crecimiento) sobre la deuda adicional incurrida durante los cuatro años anteriores: $(r-g)\cdot\Delta D = 0.04 * 0.8\% = 0.032\%$.

Debido a que la baja temporal en la inflación implica un aumento temporal en el ingreso disponible del consumidor, el consumo aumenta y se produce un déficit en cuenta corriente al igual que en los escenarios anteriores. Observe sin embargo que la magnitud de cambios es menor que en los escenarios anteriores porque la baja en inflación simulada reduce los ingresos fiscales en solo 0.2% del PIB en comparación con una reducción en ingresos de 0.87% del PIB en los escenarios anteriores.

Note que la reducción temporal en inflación produce un aumento temporal en la demanda por dinero y en el nivel de reservas monetarias internacionales (Figura 7). Este aumento en los saldos monetarios reales se financia a través de una disminución en el stock de bonos del exterior en manos del sector privado (suponemos una política de deuda pública que únicamente responde a la necesidad de financiar déficits fiscales, y no a desequilibrios en el mercado de dinero). Durante los cuatro años de menor inflación se acumula la deuda pública en tanto que los activos externos netos del país disminuyen gradualmente.

Ajuste 2: Para servir el incremento en deuda pública causado por menores ingresos por señoreaje, se supone que el superávit fiscal aumenta por encima de su nivel original 0.87% del PIB, a partir del cuarto año. Al igual que en el caso anterior, la baja en la tasa de inflación provoca un aumento en la deuda pública de alrededor de 0.8% del PIB al cabo de cuatro años. Específicamente, suponiendo que la inflación vuelve a su nivel de 10% al cabo de cuatro años de inflación baja, el superávit primario debe aumentar en poco más de 0.032% del PIB a partir del final del cuarto año (Figura 8). Esto permitiría mantener un saldo de deuda con respecto al PIB constante a partir del final del cuarto año. Al igual que en el caso anterior, la baja temporal en inflación aumenta el ingreso disponible y el consumo, al tiempo que produce un déficit en cuenta corriente.

Note que la reducción temporal en inflación produce un aumento temporal en la demanda por dinero que se refleja en un aumento (también temporal) en las reservas monetarias internacionales (Figura 8). Al igual que en el caso anterior, el salto en la demanda por base monetaria es financiado con una reducción en el saldo de bonos del exterior en manos del sector privado, y este movimiento se revierte al cuarto año. Finalmente, la deuda pública crece más rápidamente que el saldo de bonos en manos del sector privado, por lo que el saldo de activos externos netos de la economía disminuye.

Referencias

Agénor, Pierre-Richard, y Peter Montiel, *Development Macroeconomics*, Princeton University Press, Princeton New Jersey, 1996.

Blanchard, Olivier Jean, y Stanley Fischer, *Lectures on Macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1989.

Helpman, Elhanan, y Assaf Razin, "Exchange Rate Management: Intertemporal Tradeoffs". American Economic Review, Vol. 77, No. 1, 1987.

Hoffmaister, Alexander W., Jorge Madrigal, Mario Rojas, Mariano Segura, y Edwin Tenorio, "Programación Monetaria del BCCR: Análisis, propuestas y consideraciones de mediano plazo," Nota de Investigación 06-00, Banco Central de Costa Rica, enero 2001a.

Hoffmaister, Alexander W., Mario Rojas, Manrique Sáenz, Mariano Segura, y Edwin Tenorio, "Solvencia del Sector Público Global: Una Exploración Empírica para Costa Rica, Nota de Investigación 04-01, Banco Central de Costa Rica, junio 2001b.

Hoffmaister A., Kikut A.C., Odio J., y L. Villalobos. "Demanda privada de deuda pública, y otros activos financieros". Nota de investigación N° 03-01, Banco Central de Costa Rica. Junio 2001c.

Reinhart, Carmen M., and Carlos Vegh, "Nominal Interest Rates, Consumption Booms, and Lack of Credibility: A Quantitative Examination". Journal of Development Economics, Vol. 46, 1995.

Apéndice

Población

Ambos modelos suponen una población constante, que ha sido normalizada a 1 por simplicidad. En el modelo de agente representativo, suponemos que todos los agentes son idénticos, y tienen un horizonte de vida infinito. En el modelo de generaciones traslapadas suponemos que cada individuo tiene una probabilidad positiva (ρ) de morir.

La probabilidad de muerte en este modelo de generaciones traslapadas, es independiente de la edad del individuo y es igual para todos los agentes.[22] Una de las implicaciones de este supuesto es que la variable “tiempo restante antes de morir” (t) tiene una distribución exponencial, de forma que la función de densidad para t está dada por $f(t)=\rho e^{-\rho t}$. Por lo tanto, la esperanza matemática de t está dada por $1/\rho$, que puede ser interpretado como un índice del horizonte efectivo para cada uno de los individuos en el modelo. A cada instante, nace un nuevo cohorte de la población. Suponemos que cada cohorte es suficientemente grande, como para que, dada la probabilidad de muerte ρ, el tamaño de cada cohorte decrezca, con certeza, a la tasa ρ. Además, normalizamos el tamaño de cada cohorte que nace de forma que la población total sea constante e igual a 1. Esto lo logramos suponiendo que el tamaño de cada cohorte al nacer es igual a ρ.[23]

Maximización de utilidad y derivación de demandas individuales

La función de utilidad esperada del individuo está dada por

$$EU=\int_t^{\infty}\left[\log\left(\tilde{c}_z^N\right)+\log\left(\tilde{c}_z^T\right)\right]e^{-(\theta)(z-t)}dz \qquad (\,.13)$$

[22] El suponer que la probabilidad de muerte es independiente de la edad del individuo nos permite simplificar el modelo significativamente.

[23] Observe que la población total está dada por

$$\int_{-\infty}^{t}\rho e^{-\rho(t-s)}ds=1$$

donde $\theta = \beta$ en el modelo de agente representativo y $\theta = \beta + \rho$ en el modelo de generaciones traslapadas.[24]

La restricción presupuestaria de flujo del consumidor está dada por

$$\dot{\tilde{a}}_t = \phi_t \tilde{a}_t + \tilde{y}_t^T + \frac{\tilde{y}_t^N}{e_t} + \tilde{\tau}_t - \tilde{c}_t^T - \frac{\tilde{c}_t^N}{e_t} - \tilde{s}_t - i_t \tilde{m}_t \qquad (.14)$$

$$\text{donde: } \phi_t = \begin{cases} r_t, \text{ en el modelo de agente representativo} \\ r_t + \rho, \text{ en el modelo de generaciones traslapadas} \end{cases}$$

$\tilde{\tau}_t, i_t, \tilde{s}_t$ representan transferencias netas del gobierno, tasa nominal de interés y costos de transacción respectivamente. Los costos de transacción están dados por la siguiente función:

$$\tilde{s}_t = \tilde{c}_t v\left(\frac{\tilde{m}_t}{\tilde{c}_t}\right), \ v'\left(\frac{\tilde{m}_t}{\tilde{c}_t}\right) < 0\,, \ v''\left(\frac{\tilde{m}_t}{\tilde{c}_t}\right) > 0\,, \qquad (.15)$$

donde $\tilde{c}_t$ es el consumo total en términos de transables ($\tilde{c}_t = \tilde{c}_t^T + \frac{\tilde{c}_t^N}{e_t}$). Así, se supone que los costos de transacción son función de la proporción que constituye la base monetaria con respecto al consumo total (varían inversamente con esta relación), y del valor total consumido.

[24] La función de utilidad del individuo en ambos modelos está dada por

$$U = \int_t^{\infty} \left[\log\left(\tilde{c}_z^N\right) + \log\left(\tilde{c}_z^T\right) \right] e^{-\beta(z-t)} dz\,.$$

Debido a que en el modelo de generaciones traslapadas existe una probabilidad ρ de muerte, los agentes maximizan su utilidad esperada. Suponemos que la probabilidad de estar vivo en el momento z, dado que estamos en el momento t está dada por: $e^{-\rho(z-t)}$. Ene este caso, la función de utilidad esperada está dada por

$$EU = E\left[\int_t^{\infty} \left(\log\left(\tilde{c}_z^N\right) + \log\left(\tilde{c}_z^T\right) \right) e^{-\beta(z-t)} dz \mid t \right] = \int_t^{\infty} \left(\log\left(\tilde{c}_z^N\right) + \log\left(\tilde{c}_z^T\right) \right) e^{-\beta(z-t)} e^{-\rho(z-t)} dz$$

En el caso del modelo de agente representativo, la probabilidad de muerte es cero y, por lo tanto, la utilidad esperada es igual a U.

Integrando a ambos lados de la restricción presupuestaria de flujo, y utilizando la condición de transversalidad para la riqueza privada $\lim_{t\to\infty}\left(a_t e^{-(r+\rho)t}\right)=0$ se obtiene la restricción presupuestaria intertemporal:

$$\int_t^{\infty}\left(\tilde{c}_z^T+\frac{\tilde{c}_z^N}{e_z}\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz=\tilde{a}_t+\int_t^{\infty}\left(\tilde{y}_z^T+\frac{\tilde{y}_z^N}{e_z}+\tilde{\tau}_z-i_z\tilde{m}_z-\tilde{s}_z\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz \qquad (.16)$$

El consumidor maximiza la utilidad esperada sujeta a la restricción presupuestaria de flujo, y a la condición de transversalidad. El hamiltoniano correspondiente a esta maximización está dado por:

$$H=\int_t^{\infty}\left[\log\left(\tilde{c}_z^N\right)+\log\left(\tilde{c}_z^T\right)\right]e^{-\theta(z-t)}$$
$$+\lambda_z\left[\left(r_z+\rho\right)\tilde{a}_z+\tilde{y}_z^T+\frac{\tilde{y}_z^N}{e_z}+\tilde{\tau}_z-\tilde{c}_z^T-\frac{\tilde{c}_z^N}{e_z}-\left(\tilde{c}_z^T+\frac{\tilde{c}_z^N}{e_z}\right)v\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z^T+\frac{\tilde{c}_z^N}{e_z}}\right)-i_z\tilde{m}_z\right]dz$$

Las condiciones de primer orden para la maximización son las siguientes:

a) $$\frac{\partial H}{\partial \tilde{c}_z^T}=0\Rightarrow\frac{e^{-\theta(z-t)}}{\tilde{c}_z^T}-\lambda_z\left(1+v\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)-v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)=0$$

$$\Rightarrow\frac{e^{-\theta(z-t)}}{\tilde{c}_z^T}=\lambda_z\left(1+v\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)-v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right) \qquad (.17)$$

b) $$\frac{\partial H}{\partial \tilde{c}_z^N}=0\Rightarrow\frac{e^{-\theta(z-t)}}{\tilde{c}_z^N}-\frac{\lambda_z}{e_z}\left(1+v\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)-v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)=0$$

$$\Rightarrow\frac{e^{-\theta(z-t)}}{\tilde{c}_z^N}=\frac{\lambda_z}{e_z}\left(1+v\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)-v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right)\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right) \qquad (.18)$$

c)

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{m}_z} = -v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right) - i_z = 0 \Rightarrow -v'\left(\frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z}\right) = i_z \qquad (\ .19)$$

$$\Rightarrow \frac{\tilde{m}_z}{\tilde{c}_z} = L(i_z), \text{ donde } L'(i_z) < 0 .$$

d) $$-\frac{\partial H}{\partial \tilde{a}_z} = \dot{\lambda}_z \Rightarrow \dot{\lambda}_z = -\lambda_z \phi_z$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{\lambda}_z}{\lambda_z} = -\phi_z \qquad (\ .20)$$

Ecuación de movimiento de consumo individual

Defínase el precio efectivo del consumo como: $p(i_t) = 1 + v(L(i_t)) + i_t L(i_t)$.
Sustituyendo el precio efectivo del consumo en (.17) y diferenciando con respecto al tiempo, obtenemos:

$$-\theta - \frac{\dot{\tilde{c}}_z^T}{\tilde{c}_z^T} = \frac{\dot{\lambda}_z}{\lambda_z} + \frac{p'(i_z)\cdot \dot{i}_z}{p(i_z)}$$

Sustituyendo (.20) en la ecuación anterior obtenemos:

$$\frac{\dot{\tilde{c}}_z^T}{\tilde{c}_z^T} = \phi_z - \theta - \beta - \frac{p'(i_z)\cdot \dot{i}_z}{p(i_z)} = r_z - \beta - \frac{p'(i_z)\cdot \dot{i}_z}{p(i_z)}$$

$$\Rightarrow \dot{\tilde{c}}_z^T = \left[r_z - \beta - \frac{p'(i_z)\cdot \dot{i}_z}{p(i_z)} \right] \cdot \tilde{c}_z^T \qquad (\ .21)$$

$$\Rightarrow \tilde{c}_z^T = \tilde{c}_t^T e^{\int_t^z \left(r_\mu - \beta - \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} \qquad (\ .22)$$

Demanda por no transables

Por (.17) y (.18) sabemos que $\frac{\tilde{c}_z^N}{e_z} = \tilde{c}_z^T$. Por lo tanto, la demanda por no transables dado el nivel de consumo de transables varía proporcionalmente con el tipo de cambio real:

$$\tilde{c}_t^N = e_t \cdot \tilde{c}_t^T \qquad (.23)$$

Demanda por dinero

A partir de la condición de primer orden (.19), obtenemos la siguiente función de demanda individual por dinero:

$$\tilde{m}_t = L(i_t) \cdot \left(\tilde{c}_t^T + \frac{\tilde{c}_t^N}{e_t} \right) \qquad (.24)$$

Demandas Agregadas

Denotamos las variables individuales con letras minúsculas y el signo "□", y las variables agregadas con letras mayúsculas. Por ejemplo, si $\tilde{c}_t$ es el consumo del agente individual, entonces C_t denota el consumo agregado para la economía. Además, se utilizarán las letras minúsculas sin el signo "□" para denotar variables agregadas como proporción de la producción de bienes transables. Por ejemplo, $c_t = C_t / Y_t^T$ es el consumo como proporción de la producción de transables.

En el modelo de agente representativo, la economía está compuesta por un solo agente, por lo que el valor individual de cada variable es igual al valor para el agregado. Así, las funciones de demanda agregada en este modelo coinciden con las demandas individuales obtenidas en la sección anterior. En el modelo de generaciones traslapadas este no es el caso, porque los agentes son heterogéneos, y el valor de las variables individuales dependen de la edad del agente. Denotamos el valor de la variable $\tilde{x}$ en el período t correspondiente a un agente nacido en el período s por $\tilde{x}(s,t)$. Entonces, el agregado de esta variable está dado por:

$$X_t = \int_{-\infty}^{t} \tilde{x}(s,t)\, \rho e^{-\rho(t-s)} ds$$

donde $f(s)=\rho e^{-\rho(t-s)}$ es la función de distribución de la población.

Producción agregada

En ambos modelos se supone que la producción agregada de transables y no transables crece a la tasa *g*. En el modelo de agente representativo, esto equivale a suponer que la producción individual crece a la tasa *g*, de modo que, en el agregado, la producción crece a esa misma tasa.

En el modelo de generaciones traslapadas se supone que, en cada momento del tiempo, todos los agentes tienen la misma producción independientemente de su edad. Debido a que hemos normalizado a uno el tamaño de la población, esto equivale a suponer $\tilde{y}(s,t)=Y(t)$ para todo *s* menor o igual que *t*. Por lo tanto, el supuesto de que la producción agregada crece a la tasa *g* equivale al supuesto de que la producción individual también crece a la tasa *g*.

Demanda agregada por no transables en el modelo de generaciones traslapadas

Expresada en función del tipo de cambio real y el consumo de transables, la demanda por no transables en el momento *t* por parte de un agente nacido en el momento s está dada por:

$$\tilde{c}^N(s,t)=e_t\cdot\tilde{c}^T(s,t)$$

La demanda agregada por no transables está dada por:

$$C_t^N=\int_{-\infty}^{t}e_t\cdot\tilde{c}^T(s,t)\rho e^{-\rho(t-s)}ds=e_t\cdot C_t^T\,, \qquad (.25)$$

donde C_t^T es la demanda agregada por transables.

Demanda agregada de dinero en el modelo de generaciones traslapadas

La demanda por dinero en el momento *t* por parte de un individuo nacido en el momento *s* está dada por:

$$\tilde{m}(s,t)=L(i_t)\cdot\left(\tilde{c}^T(s,t)+\frac{\tilde{c}^N(s,t)}{e_t}\right)$$

Por lo tanto, se obtiene la siguiente demanda agregada de saldos reales:

$$M_t = \int_{-\infty}^{t} L(i_t)\cdot\left(\tilde{c}^T(s,t)+\frac{\tilde{c}^N(s,t)}{e_t}\right)\rho e^{-\rho(t-s)}ds = L(i_t)\cdot\left(C_t^T+\frac{C_t^N}{e_t}\right) \qquad (\ .26)$$

Demanda agregada de transables en el modelo de generaciones traslapadas

El equilibrio en el mercado de transables no requiere de la igualdad entre consumo y producción en cada período. Dado que el país tiene acceso al crédito internacional, es posible consumir más (o menos) de lo que se produce. Sin embargo, el acceso al crédito requiere que el país sea capaz de servir en el futuro la deuda en que incurre hoy. Esta condición de solvencia impone una restricción intertemporal al consumo de transables. La restricción intertemporal se obtiene agregando la restricción presupuestaria del sector privado con la del sector público.

i) Restricción intertemporal para la economía como un todo

Para obtener esta restricción, obtenemos primero la restricción presupuestaria agregada del sector privado. La restricción de flujo para el sector privado está dada por:

Derivada de A(t):

$$\dot{A}(t) = \frac{d}{dt}\left[\int_{-\infty}^{t}\tilde{a}(s,t)\rho e^{-\rho(t-s)}ds\right] = \int_{-\infty}^{t}\left[\frac{\partial\tilde{a}(s,t)}{\partial t}\rho e^{-\rho(t-s)} - \rho\tilde{a}(s,t)\rho e^{-\rho(t-s)}\right]ds + \tilde{a}(t,t)$$

$$\Rightarrow \dot{A}(t) = \int_{-\infty}^{t}\left[\frac{\partial\tilde{a}(s,t)}{\partial t}\rho e^{-\rho(t-s)}\right]ds - \rho A(t) \qquad (\ .27)$$

donde $\tilde{a}(t,t)=0$.
Sustituyendo (4) en (.27), obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{A}(t) = &\int_{-\infty}^{t}\left[(r_t+\rho)\tilde{a}(s,t)+\tilde{y}^T(s,t)+\frac{\tilde{y}^N(s,t)}{e_t}\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds \\ &+\int_{-\infty}^{t}\left[\tilde{\tau}_t-\tilde{c}^T(s,t)-\frac{\tilde{c}^N(s,t)}{e_t}-\tilde{s}(s,t)-i_t\tilde{m}(s,t)\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds-\rho A(t)\end{aligned} \qquad (\ .28)$$

Dado que en equilibrio, la producción y el consumo de no transables son iguales, podemos re-escribir la restricción presupuestaria privada en la siguiente forma:

$$\Rightarrow \dot{A}(t) = (r_t + \rho) A(t) + Y^T(t) + T(t) - C^T(t) - i_t \cdot M_t - S_t - \rho A(t)$$

$$\Rightarrow \dot{A}(t) = r_t A(t) + Y^T(t) + T(t) - C^T(t) - i_t \cdot M_t - S_t \qquad (\,.29)$$

La restricción presupuestaria del gobierno está dada por:

$$\dot{H}_t - \dot{M}_t = r_t (H_t - M_t) + i_t M_t - T_t \qquad (\,.30)$$

Sumando (.29) y (.30) se obtiene la siguiente igualdad:

$$\Rightarrow \dot{A}_t + \dot{H}_t - \dot{M}_t = r_t (A_t + H_t - M_t) + Y^T(t) - C^T(t) - S_t$$

Expresando las variables en la ecuación anterior como proporción del producto nominal, se obtiene:

$$\dot{a}_t + \dot{h}_t - \dot{m}_t = (r_t - g_t)(a_t + h_t - m_t) + y^T(t) - c^T(t) - s_t \qquad (\,.31)$$

Observe que utilizamos letras minúsculas sin el signo "□" para denotar variables agregadas como proporción de la producción de transables. Esto implica que $y_t^T = 1$ para todo *t*.

Dada la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \to \infty} (a_t + h_t - m_t) = 0\,,$$

e integrando ambos lados de (.31) se obtiene la restricción presupuestaria intertemporal para la economía como un todo:

$$\int_t^\infty (c_z^T) e^{-(r-g)(z-t)} dz = a_t + h_t - m_t + \int_t^\infty (y_z^T - s_z) e^{-(r-g)(z-t)} dz$$ [25]

ii) Ecuación de movimiento para el consumo agregado de no transables

[25] Esta expresión corresponde al caso en que la tasa de interés real es constante.

Sustituyendo (.22), (.23), (.24), y (.15) en (.16), obtenemos la siguiente expresión para la restricción presupuestaria del consumidor individual:

$$2\int_t^{\infty} \tilde{c}^T(s,t)\, e^{-\int_t^z \left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot \dot{i}_\mu\right)d\mu} dz = \tilde{a}(s,t) + \int_t^{\infty}\left(\tilde{y}_z^T + \frac{\tilde{y}_z^N}{e_z} + \tilde{\tau}_z - i_z\tilde{m}\left(i_z, \tilde{c}^T(s,z)\right) - \tilde{s}\left(i_z, \tilde{c}^T(s,z)\right)\right) e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu} dz \qquad (\ .32)$$

El consumo agregado se obtiene integrando ambos lados de la ecuación anterior:

$$\int_{-\infty}^{t}\left[2\int_t^{\infty} \tilde{c}^T(s,t)\, e^{-\int_t^z \left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot \dot{i}_\mu\right)d\mu} dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds = \int_{-\infty}^{t} \tilde{a}(s,t)\rho e^{-\rho(t-s)}ds + \int_{-\infty}^{t}\left[\int_t^{\infty}\left(\tilde{y}_z^T + \frac{\tilde{y}_z^N}{e_z}\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu} dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds$$
$$+\int_{-\infty}^{t}\left[\int_t^{\infty}\left(+\tilde{\tau}_z - i_z\tilde{m}\left(i_z, \tilde{c}^T(s,z)\right) - \tilde{s}\left(i_z, \tilde{c}^T(s,z)\right)\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu} dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds \qquad (\ .33)$$

A continuación resolvemos cada uno de los elementos de (.33):

a) Valor presente agregado de consumo futuro por parte de agentes vivos en t

$$\int_{-\infty}^{t}\left[2\tilde{c}^T(s,t)\int_t^{\infty} e^{-\int_t^z \left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot \dot{i}_\mu\right)d\mu} dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds = 2C_t^T\int_t^{\infty} e^{-\int_t^z \left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot \dot{i}_\mu\right)d\mu} dz$$

b) Valor presente agregado de producción

Como se mencionó arriba, se supone la siguiente relación entre producto individual y agregado:

$$\tilde{y}^T(s,t) = Y^T(t)$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{t}\left[\int_{t}^{\infty}\left(\tilde{y}^T(s,z)\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds = \int_{t}^{\infty}\left(Y_z^T\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz$$

$$\tilde{y}^N(s,t) = Y^N(t)$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{t}\left[\int_{t}^{\infty}\left(\tilde{y}^N(s,z)\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds = \int_{t}^{\infty}\left(Y_z^N\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz$$

c) Valor presente agregado de las transferencias netas, menos el costo de oportunidad del dinero y costos de transacción

$$\int_{-\infty}^{t}\left[\int_{t}^{\infty}\left(\tilde{\tau}_z - i_z\tilde{m}(s,z) - \tilde{s}(s,z)\right)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds$$

Observe que:

$$\tilde{m}(s,z) = L(i)\cdot\left[\tilde{c}^T(s,z) + \frac{\tilde{c}^N(s,z)}{e(z)}\right] = L(i)\cdot 2\cdot\tilde{c}^T(s,z)$$

$$\tilde{s}(s,z) = v\left(L(i)\right)\cdot\left[\tilde{c}^T(s,z) + \frac{\tilde{c}^N(s,z)}{e(z)}\right] = v\left(L(i)\right)\cdot 2\cdot\tilde{c}^T(s,z)$$

Por lo tanto, podemos rescribir el valor presente de transferencias netas menos el costo de oportunidad del dinero y costos de transacción como:

$$\int_{-\infty}^{t}\left[\int_{t}^{\infty}(\tilde{\tau}_z)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds-\int_{-\infty}^{t}\left[\int_{t}^{\infty}\left(i_z\cdot L(i_z)+v\left[L(i_z)\right]\right)\cdot 2c^T(s,z)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]\rho e^{-\rho(t-s)}ds$$

Suponemos que todos los agentes reciben igual monto de transferencias netas, por lo que el primer término entre paréntesis cuadrados es independiente de s. Agregando el consumo podemos re-escribir la ecuación anterior como:

$$\left(\int_{-\infty}^{t}\rho e^{-\rho(t-s)}ds\right)\left(\int_{t}^{\infty}T_z e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz\right)-2C^T(t)\left[\int_{t}^{\infty}\left(i_z\cdot L(i_z)+v\left[L(i_z)\right]\right)e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz\right]$$

Observe que $\int_{-\infty}^{t}\rho e^{-\rho(t-s)}ds=1$ y que la transferencia neta individual es igual al valor agregado de transferencias, debido a que hemos normalizado la población para que esta sea igual a 1, y todos los agentes reciben igual cantidad de transferencias en cada período.

Utilizando estas transformaciones podemos rescribir (.33) como:

$$\Rightarrow 2C_t^T\int_t^\infty e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz=A(t)+\int_t^\infty\left(Y^T(z)\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho+\alpha^T\right)d\mu}dz+\int_t^\infty\left(\frac{Y^N(z)}{e(z)}\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho+\alpha^N\right)d\mu}dz$$
$$+\int_t^\infty(T_z)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz-2C_t^T\int_t^\infty\left[i_z\cdot L(i_z)+v\left[L(i_z)\right]\right]\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$\Rightarrow 2C_t^T\int_t^\infty\left[1+i_z\cdot L(i_z)+v\left[L(i_z)\right]\right]e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz=$$
$$A(t)+\int_t^\infty\left(Y^T(z)\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho+\alpha^T\right)d\mu}dz+\int_t^\infty\left(\frac{Y^N(z)}{e(z)}\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho+\alpha^N\right)d\mu}dz+\int_t^\infty(T_z)e^{-\int_t^z (r_\mu+\rho)d\mu}dz \qquad (.34)$$

$$\Rightarrow C_t^T = \left[2 \cdot \int_t^{\infty} \left[1 + i_z \cdot L(i_z) + v\left[L(i_z) \right] \right] e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \right]^{-1}$$

$$\left[A(t) + \int_t^{\infty} \left(Y^T(z) \right) e^{-\int_t^z \left(r_\mu + \rho + \alpha^T \right) d\mu} dz + \int_t^{\infty} \left(\frac{Y^N(z)}{e(z)} \right) e^{-\int_t^z \left(r_\mu + \rho + \alpha^N \right) d\mu} dz + \int_t^{\infty} \left(T_z \right) e^{-\int_t^z \left(r_\mu + \rho \right) d\mu} dz \right] \quad (\ .35)$$

Para obtener la ecuación de movimiento de C^T diferenciamos (.34) con respecto al tiempo. A continuación derivamos cada uno de los componentes en esta ecuación:

Lado izquierdo:

$$\frac{d}{dt} \left[2C_t^T \int_t^{\infty} p(i_z) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \right] =$$

$$2\dot{C}_t^T \int_t^{\infty} p(i_z) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \quad (\ .36)$$

$$+2C_t^T \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) \int_t^{\infty} p(i_z) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz - 2C_t^T p(i_t)$$

Derivada de A(t):

$$\dot{A}_t = \int_{-\infty}^{t} \left[(r_t + \rho) \tilde{a}(s,t) + \tilde{y}^T(s,t) + \frac{\tilde{y}^N(s,t)}{e_t} + \tilde{\tau}_t - \tilde{c}^T(s,t) - \frac{\tilde{c}^N(s,t)}{e_t} - \tilde{s}(s,t) - i_t \tilde{m}(s,t) \right] \rho e^{-\rho(t-s)} ds - \rho A(t)$$

Expresando los costos de transacción y la demanda de dinero en función del consumo se obtiene:

$$\dot{A}_t = (r_t + \rho) A(t) + Y^T(t) + \frac{Y^N(t)}{e_t} + T(t) - 2C^T(t) \cdot \left[1 + i_t \cdot L(i_t) + v\left[L(i_t) \right] \right] - \rho A(t)$$

$$\Rightarrow \dot{A}_t = r_t A(t) + Y^T(t) + \frac{Y^N(t)}{e_t} + T(t) - 2C^T(t) \cdot p(i_t) \quad (\ .37)$$

donde $p\left(i_t\right)=1+i_t L\left(i_t\right)+v\left[L\left(i_t\right)\right]$.

Derivada del valor presente de producción con respecto a t:

$$\frac{d}{dt}\int_t^{\infty}\left(Y^T\left(z\right)\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz=\left(r_t+\rho\right)\int_t^{\infty}\left(Y^T\left(z\right)\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz-Y^T\left(t\right) \qquad (\ .38)$$

$$\frac{d}{dt}\int_t^{\infty}\left(\frac{Y^N\left(z\right)}{e\left(z\right)}\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz=\left(r_t+\rho\right)\int_t^{\infty}\left(\frac{Y^N\left(z\right)}{e\left(z\right)}\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz-\frac{Y^N\left(t\right)}{e\left(t\right)} \qquad (\ .39)$$

Derivada del valor presente de transferencias del gobierno con respecto a t

$$\frac{d}{dt}\int_t^{\infty}\left(T_z\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz=\left(r_t+\rho\right)\int_t^{\infty}\left(T_z\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz-T_t \qquad (\ .40)$$

Sustituyendo (.36), (.37), (.38), (.39), y (.40) en (.34) obtenemos:

$$2\dot{C}_t^T\int_t^{\infty}p\left(i_z\right)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$+2C_t^T\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)\int_t^{\infty}p\left(i_z\right)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz-2C_t^T p\left(i_z\right)$$

$$=$$

$$r_t A\left(t\right)+Y^T\left(t\right)+\frac{Y^N\left(t\right)}{e_t}+T\left(t\right)-2C^T\left(t\right)\cdot p\left(i_z\right)$$

$$+\left(r_t+\rho\right)\int_t^{\infty}\left(Y^T\left(z\right)+\frac{Y^N\left(z\right)}{e\left(z\right)}\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz-\left(Y^T+\frac{Y^N\left(t\right)}{e\left(t\right)}\right)$$

$$+\left(r_t+\rho\right)\int_t^{\infty}\left(T_z\right)e^{-\int_t^z\left(r_\mu+\rho\right)d\mu}dz-T_t$$

Simplificando términos obtenemos:

$$2\dot{C}_t^T\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$+2C_t^T\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$=$$

$$r_tA(t)+(r_t+\rho)\int_t^\infty\left(Y^T(z)+\frac{Y^N(z)}{e(z)}\right)e^{-\int_t^z(r_\mu+\rho)d\mu}dz+(r_t+\rho)\int_t^\infty(\tau_z)e^{-\int_t^z(r_\mu+\rho)d\mu}dz$$

$$\Rightarrow 2\dot{C}_t^T\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$+\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)2C_t^T\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$=$$

$$+(r_t+\rho)\left[A(t)+\int_t^\infty\left(Y^T(z)+\frac{Y^N(z)}{e(z)}\right)e^{-\int_t^z(r_\mu+\rho)d\mu}dz+\int_t^\infty(\tau_z)e^{-\int_t^z(r_\mu+\rho)d\mu}dz\right]-\rho A(t)$$

Sustituyendo (.34) en el paréntesis cuadrado al lado derecho de la ecuación anterior y simplificando se obtiene:

$$2\dot{C}_t^T\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz$$

$$=$$

$$\left(r_t-\beta-\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)2C_t^T\int_t^\infty p(i_z)\cdot e^{-\int_t^z\left(\beta+\rho+\frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)}\cdot\dot{i}_\mu\right)d\mu}dz-\rho A(t)$$

Despejando $\dot{C}_t^T$ se obtiene:

$$\dot{C}_t^T = \left(r_t - \beta - \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) C_t^T - \left[2\int_t^\infty p(i_z) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \right]^{-1} \rho A(t) \qquad (.41)$$

(.37) y (.41) son las ecuaciones de movimiento para la riqueza financiera y el consumo respectivamente. Expresando la riqueza y el consumo como proporción del producto de transables se obtiene:

$$\dot{a}_t = (r_t - g) a_t + y_t^T + \frac{y_t^N}{e_t} + \tau(t) - 2c_t^T \cdot p(i_t) \qquad (.42)$$

$$\dot{c}_t^T = \left(r_t - g - \beta - \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) c_t^T - \left[2\int_t^\infty p(i_z) \cdot e^{-\int_t^z \left(\beta + \rho + \frac{p'(i_\mu)}{p(i_\mu)} \cdot \dot{i}_\mu \right) d\mu} dz \right]^{-1} \rho a_t \qquad (.43)$$

donde g es la tasa de crecimiento en la producción.

Modelo de generaciones traslapadas: Estado estacionario

Dado $\dot{i} = 0$, el sistema de ecuaciones diferenciales que describe la trayectoria del consumo de transables y la riqueza financiera está dado por:

(1) $\dot{c}_t^T = (r - g - \beta) c_t^T - \dfrac{\rho(\beta + \rho)}{2p(i_2)} a_t$

(2) $\dot{a}_t = -\left[1 + 2 \cdot \left[i_2 \cdot L(i_2) + v\left(L(i_2) \right) \right] \right] c_t^T + (r - g) a_t + y_t^T + \tau_2$

Las siguientes ecuaciones describen combinaciones de consumo y riqueza financiera que hacen que cada una de estas variables se mantenga constante en el tiempo:

$$\dot{c}_t^T = 0 \Rightarrow c_t^T = \frac{\rho(\beta + \rho)}{2(r - g - \beta) p(i_2)} a_t$$

$$\dot{a}_t = 0 \Rightarrow c_t^T = \frac{r - g}{1 + 2\left\{ i_2 L(i_2) + v\left[L(i_2) \right] \right\}} a_t + \frac{y^T + \tau_2}{1 + 2\left\{ i_2 L(i_2) + v\left[L(i_2) \right] \right\}}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene el estado estacionario:

$$a_{ss}=\frac{y^T+\tau}{\phi-(r-g)},c_{ss}^T=\left(\frac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)p(i)}\right)\left(\frac{y^T+\tau}{\phi-(r-g)}\right),$$

donde $\phi=\dfrac{\rho(\beta+\rho)\left[1+2\left[i\cdot L(i)+v(L(i))\right]\right]}{2\mathrm{p}(\mathrm{i})(r-g-\beta)}$.

Observe que el nivel de riqueza financiera de estado estacionario es positivo cuando $\phi>r-g$, lo que requiere $r-g>\beta$. Cuando $r-g<\beta$, la riqueza financiera de estado estacionario es negativa. Éste último es el caso analizado en el texto.

<u>Trayectoria de equilibrio y estabilidad en el modelo de generaciones traslapadas suponiendo transferencias netas y devaluación constantes</u>

A continuación se caracteriza la trayectoria de equilibrio para a y c^{T} dado un nivel constante en transferencias del gobierno y tasa de devaluación. El sistema de ecuaciones de movimiento está dado por:

(1) $\dot{c}_t^T=(r-g-\beta)c_t^T-\dfrac{\rho(\beta+\rho)}{2p(i_2)}a_t$

(2) $\dot{a}_t=-\left[1+2\cdot\left[i_2\cdot L(i_2)+v(L(i_2))\right]\right]c_t^T+(r-g)a_t+y_t^T+\tau_2$

Solución del sistema

Este sistema puede ser re-expresado como:

$$\dot{z}_t=\Gamma z_t+B \qquad (.44)$$

donde, $z_t=\begin{bmatrix}C_t^T\\ A_t\end{bmatrix}$

$$\Gamma=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left.\dfrac{\partial\dot{c}_t^T}{\partial c_t^T}\right|_{SS} & \left.\dfrac{\partial\dot{c}_t^T}{\partial a_t}\right|_{SS}\\ \left.\dfrac{\partial\dot{a}_t}{\partial c_t^T}\right|_{SS} & \left.\dfrac{\partial\dot{a}_t}{\partial a_t}\right|_{SS}\end{bmatrix}$$

$B = -\Gamma^{-1} z_{SS}$
z_{SS} = valor de estado estacionario para z

Observe que en el estado estacionario, el cambio en z es cero y por lo tanto:

$0 = \Gamma z_{SS} + B$

Sumando este término al lado derecho de (.44), transformamos esta ecuación para obtener un sistema homogéneo:

$$\dot{z}_t = \Gamma\left(z_t - z_{SS}\right) \qquad (.45)$$

Ahora defina D como la matriz diagonal asociada a Γ de forma que los elementos de la diagonal son los valores propios de Γ, y $D = V^{-1}\Gamma V$ donde V es la matriz de vectores propios de Γ. Multiplicando por V^{-1} a ambos lados de (.45), obtenemos:

$\dot{\chi}_t = D\chi_t$
donde: $\chi_t = V^{-1}\left(z_t - z_{SS}\right)$.

Por lo tanto, la solución al sistema está dada por:

$\chi_t = e^{Dt}\chi_0$
o
$z_t = z_{SS} + Ve^{Dt}V^{-1}\left(z_0 - z_{SS}\right)$

Para obtener D es necesario obtener los valores propios de la matriz Γ, es decir, los valores (λ) tales que el determinante de $\left(\Gamma - \lambda I\right)$ sea igual a cero:

Representando la matriz Γ como $\Gamma = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, obtenemos los valores propios (o raíces características) en la siguiente forma:

$$\det(\Gamma - \lambda I) = 0$$
$$\Rightarrow (a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) - a_{12}a_{21} = 0$$
$$\Rightarrow \lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$$
$$\Rightarrow \lambda^2 - tr(\Gamma)\lambda + \det(\Gamma) = 0$$
$$\lambda_1 = \frac{tr(\Gamma) + \sqrt{tr(\Gamma)^2 - 4\det(\Gamma)}}{2}$$
$$\lambda_2 = \frac{tr(\Gamma) - \sqrt{tr(\Gamma)^2 - 4\det(\Gamma)}}{2}$$

La matriz V está compuesta por los vectores propios de Γ. Cada vector propio está asociado a un valor propio (λ). La matriz de vectores propios está dada por:

$$V = \begin{bmatrix} \dfrac{-a_{12}}{a_{11} - \lambda_1} & \dfrac{-a_{12}}{a_{11} - \lambda_2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sea la inversa de la matriz de vectores propios $V^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$, donde:

$$b_{11} = \frac{(a_{11} - \lambda_1)(a_{11} - \lambda_2)}{a_{12}(\lambda_2 - \lambda_1)},$$

$$b_{12} = \frac{a_{11} - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

$$b_{21} = -\frac{(a_{11} - \lambda_1)(a_{11} - \lambda_2)}{a_{12}(\lambda_2 - \lambda_1)},$$
$$b_{22} = -\frac{a_{11} - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Entonces tenemos que:

$$V \cdot e^{Dt} = \begin{bmatrix} -\dfrac{a_{12}e^{\lambda_1 t}}{a_{11} - \lambda_1} & -\dfrac{a_{12}e^{\lambda_2 t}}{a_{11} - \lambda_2} \\ e^{\lambda_1 t} & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$
$$V \cdot e^{Dt} \cdot V^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-(a_{11} - \lambda_2)e^{\lambda_1 t} + (a_{11} - \lambda_1)e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} & -\dfrac{a_{12}\left(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ \dfrac{(a_{11} - \lambda_1)(a_{11} - \lambda_2)\left(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}\right)}{a_{12}(\lambda_2 - \lambda_1)} & \dfrac{(a_{11} - \lambda_1)e^{\lambda_1 t} - (a_{11} - \lambda_2)e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \end{bmatrix}$$

Finalmente, utilizando $z_t = z_{SS} + Ve^{Dt}V^{-1}\left(z_0 - z_{SS}\right)$, la trayectoria de consumo y riqueza financiera privada está dada por:

$$
\begin{aligned}
c_t^T = c_{ss}^T + &\left(\frac{-\left(a_{11}-\lambda_2\right)e^{\lambda_1 t} + \left(a_{11}-\lambda_1\right)e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)\left(c_0^T - c_{ss}^T\right) \\
&- \left(\frac{a_{12}\left(e^{\lambda_1} - e^{\lambda_2}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)\left(c_0^T - c_{ss}^T\right)
\end{aligned}
\tag{.46}
$$

$$
\begin{aligned}
a_t = a_{ss} + &\left(\frac{\left(a_{11}-\lambda_1\right)\left(a_{11}-\lambda_2\right)\left(e^{\lambda_1(t-t_0)} - e^{\lambda_2(t-t_0)}\right)}{a_{12}\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)}\right)\left(c_0^T - c_{ss}^T\right) \\
&+ \left(\frac{\left(a_{11}-\lambda_1\right)e^{\lambda_1 t} - \left(a_{11}-\lambda_2\right)e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)\left(a_0 - a_{ss}\right)
\end{aligned}
\tag{.47}
$$

Esta trayectoria depende de los valores iniciales del consumo y la riqueza $\left(c_0 \text{ y } a_0\right)$. Observe que a_0 es una variable predeterminada en $t=0$ por lo que está dada para el consumidor en ese momento. c_0, por el contrario, puede ser escogida por el consumidor en $t=0$. El valor de c_0 debe ser tal que la economía converja al estado estacionario ya que, de lo contrario, la condición de transversalidad sería violada. A continuación describimos las propiedades de estabilidad del sistema, y obtenemos el valor que debe tomar c_0 (dado un a_0) para que el sistema converja al estado estacionario.

Estabilidad

El signo de los valores propios (o raíces) de Γ determinan la estabilidad del sistema. Si tenemos una raíz positiva y otra negativa, esto implica una trayectoria de silla. Si ambas raíces son positivas, el sistema es inestable, y si ambas raíces son negativas el sistema es estable. Podemos inferir el signo de las raíces examinando el determinante y la traza de $\Gamma = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, donde:

$$a_{11} = r - g - \beta$$

$$a_{12} = -\frac{\rho\left(\beta+\rho\right)}{2p\left(i\right)}$$

$$a_{21} = -\left[1 + 2 \cdot \left[i \cdot L(i) + v\left(L(i)\right)\right]\right]$$

$$a_{22} = r - g$$

La traza y el determinante de Γ están dados por:

$$tr(\Gamma) = a_{11} + a_{22} = 2(r-g) - \mathrm{B}$$

$$\det(\Gamma) = (r-g)(r-g-\mathrm{B}) - \left(\frac{\rho(\beta+\rho)}{2p(i)}\right)\left[1 + 2 \cdot \left[i \cdot L(i) + v\left(L(i)\right)\right]\right]$$

$$\Rightarrow \det(\Gamma) = (r-g-\beta)(r-g-\phi)\text{, donde } \phi = \frac{\rho(\beta+\rho)\left[1+2\left[i \cdot L(i) + v\left(L(i)\right)\right]\right]}{2\mathrm{p}(\mathrm{i})(r-g-\beta)}$$

Asuma r-g > 0. Tenemos tres casos posibles:

1) $r-g > \beta, r-g < \phi$:

En este caso, $\det(\Gamma) < 0$. Como el determinante es igual al producto de las raíces características, esto quiere decir que una raíz es positiva y la otra negativa. Por lo tanto, el sistema es "saddle path stable".

2) $r-g > \beta, r-g > \phi$

En este caso, $\det(\Gamma) > 0$ por lo que ambas raíces deben ser del mismo signo. Observe que la traza de la matriz es igual a la suma de las raíces. Si ambas raíces tienen el mismo signo, entonces estas deben ser del mismo signo que la traza. Con $r-g > \beta$, la traza es positiva por lo que ambas raíces son positivas y el sistema es inestable.

3) $0 < r-g < \beta \left(\Rightarrow \phi < 0 \Rightarrow r-g > \phi\right)$

En este caso, $\det(\Gamma) < 0$. Por lo tanto, el sistema es "saddle path stable". Suponemos que la tasa de crecimiento es menor que la tasa real de interés.

Trayectoria de silla

Suponga que el sistema corresponde al caso 1 o al caso 3, y que la raíz λ_1 es la raíz que es mayor que 0. Dado un valor de a_0, la trayectoria de silla permite obtener un valor único c_0 consistente con la convergencia del sistema al estado estacionario. La relación entre consumo y activos externos netos a lo largo de la trayectoria de silla está dada por la condición:

$$\chi_{0_1} = 0 \Rightarrow b_{11}\left(z_{01} - z_{SS1}\right) + b_{12}\left(z_{02} - z_{SS2}\right) = 0 \qquad (\ .48)$$

O, en términos de la matriz original Γ y los valores propios, obtenemos:

$$\frac{\left(a_{11} - \lambda_1\right)\left(a_{11} - \lambda_2\right)}{a_{12}\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)}\left(c_0^T - c_{ss}^T\right) + \frac{a_{11} - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(a_t - a_{ss}\right) = 0$$

$$\Rightarrow c_t^T = c_{ss}^T - \frac{a_{12}}{a_{11} - \lambda_2}\left(a_t - a_{ss}\right) \qquad (\ .49)$$

Así, dado un valor de a_0, podemos obtener c_0^T. Sustituyendo (.49) en (.46) y (.47), obtenemos las trayectorias de *a* y c^T en función de a_0.

<u>Trayectoria de equilibrio ante cambios en transferencias netas y/o la tasa de devaluación</u>

Suponga que el gobierno cambia la tasa de devaluación y las transferencias netas en dos momentos del tiempo: $t = t_0$, y $t = T$. τ_0, τ_1, y τ_2 denotan respectivamente el nivel de transferencias netas de gobierno antes de $t = t_0$, durante $t \in \left[t_0, T\right]$, y posterior a $t = T$. En forma análoga, $\varepsilon_0, \varepsilon_1$, y ε_2 denotan respectivamente la tasa de devaluación antes de $t = t_0$, durante $t \in \left[t_0, T\right]$, y posterior a $t = T$. Se supone que inmediatamente antes de $t = t_0$, la economía está en el estado estacionario asociado a τ_0 y ε_0, cuyos niveles de consumo y riqueza denotamos c_{ssini} y a_{ssini}. Los niveles de consumo y riqueza financiera del estado estacionario final están denotados por c_{ss} y a_{ss}.

La trayectoria de equilibrio de $t = t_0$ en adelante se resuelve primero para el período posterior a $t = T$ y luego para el período $t \in \left[t_0, T\right]$.

a. Trayectoria de c^T y a en $t > T$

Durante $t > T$, la economía se ubica sobre la trayectoria de ensilladura. Así, dado un nivel de riqueza en el momento T (a_T), el nivel de consumo en T está dado por (.49), con *t* = *T*. Dada una condición inicial, la trayectoria para c^T y a está dada por (.46) y (.47).

Observe que el valor obtenido para c_T^T corresponde al nivel de consumo de transables justo después del cambio en la tasa de devaluación que suponemos se da en $t = T$. Como se detalla en el siguiente apartado, el consumo salta toda vez que se produce un salto anticipado en la tasa nominal de interés (en este caso debido a un salto en la tasa de devaluación dada la tasa de interés internacional). Denotamos el nivel de consumo inmediatamente posterior a $t = T$ por $c2_T$, y el nivel de consumo inmediatamente anterior a $t = T$ por $c1_T$.

b. Salto en consumo al final de la estabilización

De la condición de primer orden (.17):

$$\frac{e^{-(\beta+\rho)(z-t)}}{\tilde{c}_z^T} = \lambda_z p\left(i_z\right)$$

El consumo salta en el momento en que la tasa nominal de interés salta (este salto está asociado a un salto en la tasa de devaluación). Si llamamos $\tilde{c}1$ al consumo individual inmediatamente antes de T y $\tilde{c}2$ al consumo individual inmediatamente después de T, entonces:

$$\frac{\tilde{c}2(s,T)}{\tilde{c}1(s,T)} = \frac{p\left(i_1\right)}{p\left(i_2\right)} \Rightarrow \tilde{c}2(s,T) = \frac{p\left(i_1\right)}{p\left(i_2\right)} \cdot \tilde{c}1(s,T)$$

Integrando a ambos lados para agregar el término de consumo al lado izquierdo:

$$\int_{-\infty}^{T} \tilde{c}2(s,T)\rho e^{-\rho(T-s)} ds = \frac{p\left(i_1\right)}{p\left(i_2\right)} \cdot \int_{-\infty}^{T} \tilde{c}1(s,T)\rho e^{-\rho(T-s)} ds$$

$$\Rightarrow C2_T = \frac{p\left(i_1\right)}{p\left(i_2\right)} \cdot C1_T \tag{ .50}$$

donde $C1_T$ y $C2_T$ son el consumo agregado de transables inmediatamente antes y después del cambio en la tasa de devaluación. Dividiendo ambos lados por la producción de transables se obtiene:

$$c2_T = \frac{p\left(i_1\right)}{p\left(i_2\right)} \cdot c1_T \tag{ .51}$$

c. Trayectoria de c^T y a en $t \in \left[t_0, T\right]$

Durante este período, las trayectorias de c_t^T y a_t quedan determinadas por los valores iniciales de c^T y a y por las ecuaciones diferenciales (.42) y (.43). Observe que el coeficiente de a en (.43) es función del tiempo. Esto dificulta la solución del sistema. Por esta razón, simulamos las trayectorias de c_t^T y a_t en el computador, basándonos en niveles iniciales de c^T y a. Para esta simulación utilizamos las siguientes ecuaciones en diferencia como aproximación de (.42) y (.43):

$$c_{t+1}^T = \left(1+r-g-\beta\right)c_t^T - \frac{1}{2}\left[\frac{p(i_1)}{\beta+\rho}\cdot\left(1-e^{-(\beta+\rho)(T-t)}\right)+\frac{p(i_2)}{\beta+\rho}e^{-(\beta+\rho)(T-t)}\right]^{-1}\rho a_t \qquad (.52)$$

$$a_{t+1} = \left(1+r-g\right)a_t + y_t^T + \tau_1 - c_t^T\left[1+2\cdot\left[i_1\cdot L(i_1)+v\left(L(i_1)\right)\right]\right] \qquad (.53)$$

Se utiliza esta aproximación porque no es posible generar la variable tiempo como una variable continua en el computador. Observe que (.52) y (.53) permiten obtener un valor para $c1_T$ y para a_T dado un nivel inicial a_0 y c_0^T. Suponemos que la economía parte de un estado estacionario inicial en $t=0$, por lo que a_0 es igual al nivel de a de estado estacionario inicial. Nos restaría únicamente inferir el nivel de c_0 en el siguiente apartado.

d. Consumo inicial inmediatamente posterior a t = 0

Debido a que a no puede saltar, su valor inicial debe ser su valor de estado estacionario antes de t$_0$: a_{ssini}. La variable c sí puede brincar por lo que su valor en $t=0$ puede ser distinto de c_{ssini}. Podemos obtener este valor a partir de la ecuación que describe el salto en consumo en t = T, (.50), la ecuación que describe la trayectoria de silla, (.49), y las relaciones que existen entre $c1_T$ y c_0, y entre a_T y c_0 que se obtienen utilizando (.52) y (.53), y que representamos de la manera siguiente:

$$c1_T = f\left(c_0^T, a_0\right)$$
$$a_T = g\left(c_0^T, a_0\right)$$
$$a_0 = a_{\text{ssini}}$$

Así tenemos cinco ecuaciones y cinco incógnitas: $c1_T, c2_T, a_T, a_0, c_0^T$, que nos permiten resolver para las trayectorias de equilibrio dada la política fiscal y cambiaria descritas.

Calibración

Transferencias netas iniciales

Se supone un nivel de transferencias netas iniciales tal que el gobierno sea solvente con tasas de interés nominal y real constantes al nivel inicial, y con una trayectoria de consumo constante e igual a la del estado estacionario inicial. Para obtener este nivel de transferencias netas utilizamos la restricción presupuestaria del gobierno:

$$\dot{h} - \dot{m} = rh_0 + 2\big(i - (r-g)\big)L(i)c_t^T - \tau \qquad (\ .54)$$

En el estado estacionario inicial, el lado izquierdo de (.54) es cero, y que la tasa nominal de interés y la tasa de crecimiento se mantienen constantes. En tal caso, al despejar τ se obtiene:

$$\tau = rh_0 + 2\big(i - (r-g)\big)L(i)c_{ss}^T \qquad (\ .55)$$

Sustituyendo en (.55) el valor del consumo de estado estacionario dado por

$c_{ssini}^T = \left(\dfrac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)p(i)}\right)\left(\dfrac{y^T + \tau_{ini}}{\phi - (r-g)}\right)$, y despejando el término de transferencias netas, se obtiene:

$$\tau_{ini} = \frac{(r-g)h_0 + \left(\dfrac{\big(i-(r-g)\big)L(i)\rho(\beta+\rho)}{(r-g-\beta)p(i)\big[\phi-(r-g)\big]}\right)}{1 - \left(\dfrac{\big(i-(r-g)\big)L(i)\rho(\beta+\rho)}{(r-g-\beta)p(i)\big[\phi-(r-g)\big]}\right)} \qquad (\ .56)$$

Observe que $y_t^T = 1$ para todo t, por construcción.

Producción de transables

Suponiendo un tipo de cambio real inicial igual a 1, es posible calibrar la producción de transables utilizando las siguientes ecuaciones:

1) $$Y_0^T = PIB_0 - \frac{Y_0^N}{e_0} \qquad (\ .57)$$

2) $$e_0 = \frac{C_0^N}{C_0^T} \tag{.58}$$

3) $$C_0^N = Y_0^N \tag{.59}$$

4) $$C_0^T = \frac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)\,p(i_0)}\left(\frac{(1+\tau)Y^T}{\phi_0-(r-g)}\right) \tag{.60}$$

De (.58), (.59), y (.60) obtenemos:

$$\frac{Y^N}{e_0} = \frac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)\,p(i_0)}\left(\frac{(1+\tau)Y^T}{\phi_0-(r-g)}\right) \tag{.61}$$

Sustituyendo (.61) en (.57), y despejando Y^T, se obtiene:

$$Y_0^T = \frac{PIB_0}{1+\frac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)\,p(i_0)}\left(\frac{(1+\tau)}{\phi_0-(r-g)}\right)} \tag{.62}$$

Finalmente, sustituimos (.56) en (.62) para obtener:

$$Y_0^T = \left[1+y_b\left(1+\frac{2y_by_c}{1-2y_by_c}\right)\right]^{-1}\left[PIB_0-\frac{y_b}{1-2y_by_c}\right] \tag{.63}$$

donde, $y_b = \dfrac{\rho(\beta+\rho)}{2(r-g-\beta)\,p(i)(\phi-(r-g))}$, $y_c = (i-r+g)L(i)$.

Función de costos de transacción y demanda por dinero (calibración)

Suponemos la siguiente función de costos de transacción:

$$v\left(\frac{m_t}{c_t}\right) = n_0\left(\frac{m_t}{c_t}\right)^{1-n_1}$$

De la condición de primer orden (.19), obtenemos la razón óptima de dinero a consumo en términos de la tasa nominal de interés y los parámetros n_0 y n_1:

$$v'\left(\frac{m_t}{c_t}\right) = n_0(1-n_1)\left(\frac{m_t}{c_t}\right)^{-n_1} = -i_t$$

$$\Rightarrow \frac{m_t}{c_t} = L(i_t) = \left[\frac{n_0(n_1-1)}{i_t}\right]^{\frac{1}{n_1}} \tag{.64}$$

El parámetro n_1 es el inverso de la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa nominal de interés. El valor de elasticidad utilizado ($1/n_1 = 0.3$) se basa en las estimaciones hechas en Hoffmaister et.al (2001).

Calibramos el parámetro n0 de forma que la razón *m/c* coincida con la razón de base monetaria a PIB observada a finales del año 2000 (*m/PIB* = 6%). En revisiones posteriores se utilizará la razón de dinero a gasto agregado en lugar de *m/PIB* (recuerde que en este modelo el consumo es igual al gasto agregado). Para ello, sustituimos m/c = 6% en (.64) y despejamos n_0 , dada la tasa nominal de interés a finales del año 2000:

$$n_0 = \left(\frac{i_0}{n_1-1}\right)(0.06)^{n_1} \tag{.65}$$

Cuadro 1. Programación Banco Central: Períodos Cortos y Tiempo Continuo.

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(1) Balance general (saldos)	
$PAT^{BC} = \gamma - BEM$ $= CIN + e \times AEN + OAN - (M + BEM)$	$PAT^{BC} = \gamma - BEM$ $= CIN + e \times AEN + OAN - (M + BEM)$
$\Rightarrow \Delta PAT^{BC} = \Delta\gamma - \Delta BEM$ $= \Delta CIN + \Delta\left(e \times AEN\right) + \Delta OAN - (\Delta M + \Delta BEM)$	$\Rightarrow \dot{PAT}^{BC} = \dot{\gamma} - \dot{BEM}$ $= \dot{CIN} + \left(e \times \dot{AEN}\right) + \dot{OAN} - (\dot{M} + \dot{BEM})$
(2) Estado de resultados (flujos)	
$Sup^{BC} = -(\beta + i \times BEM_{-1})$ $= \tilde{i} \times CIN_{-1} + i^* \times e_{-1} \times AEN_{-1} + \hat{e} \times e_{-1} \times AEN_{-1} + (OI - OG)$ $-i \times BEM_{-1}$	$Sup^{BC} = -(\beta \ + i \times BEM)$ $= \tilde{i} \times CIN + i^* \times e \times AEN + \hat{e} \times e \times AEN + (OI - OG)$ $-i \times BEM$
(3) Relación "saldo-flujo"	
$\Delta PAT^{BC} = Sup^{BC}$	$\dot{PAT}^{BC} = Sup^{BC}$
$\Rightarrow \Delta CIN + \Delta\left(e \times AEN\right) + \Delta OAN - (\Delta M + \Delta BEM) =$ $\tilde{i} \times CIN_{-1} + \left(i^* + \hat{e}\right) \times e_{-1} \times AEN_{-1} + (OI - OG) - i \times BEM_{-1}$	$\Rightarrow \dot{CIN} + \left(e \times \dot{AEN}\right) + \dot{OAN} - (\dot{M} + \dot{BEM}) =$ $\tilde{i} \times CIN + \left(i^* + \hat{e}\right) \times e \times AEN + (OI - OG) - i \times BEM$

Nota: Las variable *M*, PAT^{BC} y Sup^{BC} corresponden respectivamente al saldo de la emisión al final del período, el patrimonio del Banco Central al final del período, y al superávit (menos uno por el déficit). Los intereses sobre los saldos promedio se pueden expresar como $i \times \overline{X} = \ i \times X_{-1} + i/2 \times (X - X_{-1})$, por lo que para períodos de tiempo arbitrariamente pequeños $i \times \overline{X} \cong \ i \times X_{-1}$.

Cuadro 2. Programación Sector Público No Financiero: Períodos Cortos y Tiempo Continuo.

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(1) Balance general (saldos)	
$\Delta PAT^g = \Delta AN^g - \Delta TP^g - \Delta CIN - \Delta(e \times DEN^g)$	$\dot{PAT}^g = \dot{AN}^g - \dot{TP}^g - \dot{CIN} - (e \times \dot{DEN}^g)$
(2) Estado de resultados (flujos)	
$Sup^g = T^g - G^g$ $+i^A \times AN^g_{-1} - \left\{ i^{TP} \times TP^g_{-1} + \tilde{i} \times CIN_{-1} + e_{-1} \times (i^* + \hat{e}) \times DEN^g_{-1} \right\}$	$Sup^g = T^g - G^g$ $+i^A \times AN^g - \left\{ i^{TP} \times TP^g + \tilde{i} \times CIN + e \times (i^* + \hat{e}) \times DEN^g \right\}$
(3) Relación "saldo-flujo"	
$\Delta PAT^g = Sup^g$	$\dot{PAT}^g = Sup^g$
$\Rightarrow \Delta AN^g - \Delta TP^g - \Delta CIN - \Delta(e \times DEN^g) = T^g - G^g$ $+i^A \times AN^g_{-1} - \left\{ i^{TP} \times TP_{-1} + \tilde{i} \times CIN_{-1} + e_{-1} \times (i^* + \hat{e}) \times DEN^g_{-1} \right\}$	$\Rightarrow \dot{AN}^g - \dot{TP}^g - \dot{CIN} - e \times \dot{DEN}^g = T^g - G^g$ $+i^A \times AN^g - \left\{ i^{TP} \times TP^g + \tilde{i} \times CIN + e \times (i^* + \hat{e}) \times DEN^g \right\}$

Nota: El superíndice *g* denota las variables para el sector público no financiero, y i^{TP} e i^A denotan respectivaente la tasa de interés nominal asociada a los títulos de propiedad y a los activos netos de SPNF. En la derivación de la relación saldo-flujo en términos del producto nominal las variables minúsculas representan la variable con respecto al producto nominal, $x \equiv X/PY$, y *den* se define como $den \equiv e \times DEN/PY$. La nota del Cuadro 1 contiene los detalles de la nomenclatura utilizada.

Cuadro 3. Programación Sector Público Global: Períodos Cortos y Tiempo Continuo.

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(1) Balance general (saldos)	
$\Delta PAT^{SP} = \Delta\left(e\times AEN\right) - \Delta\left(e\times DEN^{g}\right) + \Delta OAN + \Delta AN^{g}$	$\dot{PAT}^{SP} = \left(e\times \dot{AEN}\right) - \left(e\times \dot{DEN}\right) + \dot{OAN} + \dot{AN}^{g}$
$-(\Delta M + \Delta BEM + \Delta TP^{g})$	$-(\dot{M} + \dot{BEM} + \dot{TP}^{g})$
(2) Estado de resultados (flujos)	
$Sup^{SP} = (i^{*}+\hat{e})\times e_{-1}\times(AEN_{-1} - DEN^{g}{}_{-1}) + (OI - OG)$	$Sup^{SP} = \left(i^{*}+\hat{e}\right)\times e\times(AEN - DEN^{g}) + (OI - OG)$
$+(T^{g} - G^{g})\ \ + i^{A}\times AN^{g}_{-1} - \left(i^{TP}\times TP^{g}_{-1} + i\times BEM_{-1}\right)$	$+(T^{g} - G^{g}) + i^{A}\times AN^{g} - \left(i^{TP}\times TP^{g} + i\times BEM\right)$
(3) Relación saldo-flujo	
$\Delta PAT^{g} = Sup^{g}$	$\dot{PAT}^{g} = Sup^{g}$
$\Rightarrow \Delta\left[e\times\left(AEN - DEN^{g}\right)\right] + \Delta OAN + \Delta AN^{g} - (\Delta M + \Delta BEM + \Delta TP^{g})$	$\Rightarrow \left[e\times\left(\overset{\bullet}{AEN - DEN^{g}}\right)\right] + \dot{OAN} + \dot{AN}^{g} - (\dot{M} + \dot{BEM} + \dot{TP}^{g})$
$= \left(i^{*}+\hat{e}\right)\times e_{-1}\times(AEN_{-1} - DEN^{g}) + (OI - OG) + (T^{g} - G^{g})$	$= \left(i^{*}+\hat{e}\right)\times e\times(AEN - DEN^{g}) + (OI - OG) + (T^{g} - G^{g})$
$+ i^{A}\times AN^{g}_{-1} - \left(i^{TP}\times TP_{-1} + i\times BEM_{-1}\right)$	$+ i^{A}\times AN^{g} - \left(i^{TP}\times TP^{g} + i\times BEM\right)$

Cuadro 3. Programación Sector Público Global: Períodos Cortos y Tiempo Continuo (conclusión).

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(4) Relación "saldo-flujo" en términos del producto nominal	
$\Delta aen - \Delta den^g + \Delta oan + \Delta an^g - \{\Delta m + \Delta bem + \Delta tp^g\} =$	$\dot{aen} - \dot{den} + \dot{oan} + \dot{an}^g - \{\dot{m} + \dot{bem} + \dot{tp}^g\} =$
$\{(1+i^* + \hat{e})\times\kappa - 1\}\times(aen_{-1} - den^g_{-1}) + (\kappa - 1)\times oan_{-1}$	$\{i^* + \hat{e} - \pi - g\}\times(aen - den^g) - (\pi + g)\times oan$
$+\{(1+i^A)\times\kappa - 1\}\times an^g_{-1} - \{(1+i)\times\kappa - 1\}\times bem_{-1}$	$+\{i^A - \pi - g\}\times an^g - \{i - \pi - g\}\times bem$
$-\{(1+i^{TP})\times\kappa - 1\}\times tp^g_{-1} - (\kappa - 1)\times m_{-1} + (oi - og) + (t^g - g^g)$	$-\{i^{TP} - \pi - g\}\times tp^g + (\pi + g)\times m + (oi - og) + (t^g - g^g)$

Nota: El sector público global consolida el banco central (Cuadro 1) y el sector público global (Cuadro 2). Las notas de los Cuadros 1 y 2 contienen los detalles de la nomenclatura utilizada. En la derivación de la relación saldo-flujo en términos del producto nominal las variables minúsculas representan la variable con respecto al producto nominal, $x \equiv X/PY$, y se utilizan las relaciones $\Delta X / PY = x - x_{-1}\times(1-\kappa)$, $X_{-1}/PY = x_{-1}\times\kappa$, $\kappa \equiv \{(1+\pi)\times(1+g)\}^{-1}$, y $\dot{X}/PY = \dot{x} + x(\pi + g)$ respectivamente para período corto y tiempo continuo; *aen* se define como $aen \equiv e \times AEN/PY$ y $(e\times \dot{AEN})$ denota la derivado en el tiempo de $e\times AEN$. La inflación, el crecimiento y la devaluación se denotan respectivamente como π, g, y $\hat{e}$ y se definen en períodos cortos y en tiempo continuo como $\Delta x/x$, y $\dot{x}/x$.

Cuadro 4. Restricción Presupuestaria Intertemporal del Sector Público Global: Períodos Cortos y Tiempo Continuo.

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(1) Relación saldo-flujo con tasa de interés común y términos de ajuste	
$\Delta aen - \Delta den^g + \Delta oan + \Delta an^g - \{\Delta m + \Delta bem + \Delta tp^g\} =$	$\dot{aen} - \dot{den} + \dot{oan} + \dot{an}^g - \{\dot{m} + \dot{bem} + \dot{tp}^g\} =$
$\{(1+i)\times\kappa - 1\}\times\left(aen_{-1} - den^g_{-1} + oan_{-1} + an^g_{-1} - (m_{-1} + tp^g_{-1} + bem_{-1})\right)$	$\{i - \pi - g\}\times\left(aen - den^g + oan + an - (m + bem + tp^g)\right)$
$+\{i^* + \hat{e} - i\}\times\kappa\times(aen_{-1} - den^g_{-1}) - (\kappa\times i)\times oan_{-1}$	$+\{i^* + \hat{e} - i\}\times(aen - den^g) - i\times oan$
$+\{i\times\kappa\}\times m_{-1} - \{i^{tp} - i\}\times\kappa\times tp^g_{-1}$	$+ i\times m + \{i^{TP} - i\}\times tp^g$
$+\{i^A - i\}\times\kappa\times an^g_{-1} + (oi - og) + (t^g - g^g)$	$+\{i^A - i\}\times an^g + (oi - og) + (t^g - g^g)$

$h \equiv aen - den^g + oan - an^g - (bem + tp^g)$

B $\equiv$ términos de ajuste por diferencia en tasas de interés $+ \ (oi - og) + (t^g - g^g)$

$$\phi = \begin{cases} (1+i)\kappa - 1, \text{ en tiempo discreto} \\ i - \pi - g, \text{ en tiempo continuo} \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta(h_t - m_t) - \phi\times(h_{t-1} - m_{t-1}) = \mathrm{B}_t$	$\Rightarrow \left(\dot{h}_t - \dot{m}_t\right) - \phi\times(h_t - m_t) = \mathrm{B}_t$

Cuadro 4. Restricción Presupuestaria Intertemporal del Sector Público Global: Períodos Cortos y Tiempo Continuo (conclusión)

Tiempo discreto (corto)	Tiempo continuo
(2) Suma descontada relación saldo-flujo	
$\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\left(\Delta\left(h_t-m_t\right)-\phi\cdot\left(h_{t-1}-m_{t-1}\right)\right)\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$	$\int_{t_0}^{t_0+n}\left\{\left(\left(\dot{h}_t-\dot{m}_t\right)-\phi\cdot\left(h_t-m_t\right)\right)\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right\}\ dt=\int_{t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right\}\ dt$
$\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\left(\left(h_t-m_t\right)-(1+\phi)\cdot\left(h_{t-1}-m_{t-1}\right)\right)\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$	$\left[\left(h_t-m_t\right)\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right]_{t_0}^{t_0+n}=\int_{t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right\}dt$
$\Rightarrow\left(h_{t_0+n}-m_{t_0+n}\right)\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}-\left(h_{t_0-1}-m_{t_0-1}\right)\cdot(1+\phi)=\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$	$\Rightarrow\left(h_{t_0+n}-m_{t_0+n}\right)\cdot e^{-\phi\cdot(n)}-\left(h_{t_0}-m_{t_0}\right)=\int_{t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right\}\ dt$
(3) Condición de transversalidad	
$\lim_{n\to\infty}\left(\left(h_{t_0+n}-m_{t_0+n}\right)\cdot\frac{1}{(1+\phi)^n}\right)=0$	$\lim_{n\to\infty}\left(\left(h_{t_0+n}-m_{t_0+n}\right)\cdot e^{-\phi\cdot n}\right)=0$
(4) Restricción presupuestaria intertemporal ($n\to\infty$)	
$\left(h_{t_0-1}-m_{t_0-1}\right)\cdot(1+\phi)=-\sum_{t=t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}_t\cdot\frac{1}{(1+\phi)^{t-t_0}}\right\}$	$h_{t_0}-m_{t_0}=-\int_{t_0}^{t_0+n}\left\{\mathrm{B}(t)\cdot e^{-\phi\cdot(t-t_0)}\right\}dt$

Nota: Para obtener la relación saldo-flujo con tasa de interés común se suma y resta respectivamente para tiempos cortos y tiempo continuo $i\times\kappa$ e i veces los términos que tienen una tasa de interés distinta. Específicamente se suma y resta respectivamente para tiempos cortos y continuo $i\times\kappa$ e i veces m, tp^g, (aen-den), oan, y an^g; los términos de ajuste son los términos (i^x-i) donde i^x son las tasas de interés que difieren de i.

Cuadro 6: Calibración

	Parámetro	Valor base	Fuente
PIB inicial	PIB_0	\$15783 millones	BCCR (Año 2000)
Deuda pública inicial	D_0	50% del PIB	
RIN inicial	RIN_0	\$1319 millones	BCCR (Dic 2000)
Razón inicial de base monetaria a producto	$\frac{m_0}{PIB_0}$	6%	BCCR (Dic 2000)
Tipo de cambio real inicial	e_0	1	
Tasa de interés real	r	8%	BCCR (tasa real promedio sobre deuda pública durante los 90's)
Tasa de inflación internacional	π^*	3%	
Probabilidad de muerte	ρ	9%	
Tasa de preferencia intertemporal	β	4.1%	Rebelo y Vegh (1995)
Déficit primario inicial	τ_0	Ver Apéndice	
Tasa de devaluación inicial	ε_0	7%	
Producción de bienes transables	y_0^T	Ver Apéndice	
Producción de bienes no transables	y_0^N	$y_0^N = \left(PIB_0 - y_0^T\right) \cdot e_0$	
Inverso de la elasticidad de demanda por dinero	n_1	3	Hoffmaister et. al. (2001c)
Parámetro de escala en la función de costos de transacción	n_0	Ver Apéndice	

Figura 5

Escenario 1, Reducción en Superávit Primario, Ajuste 1

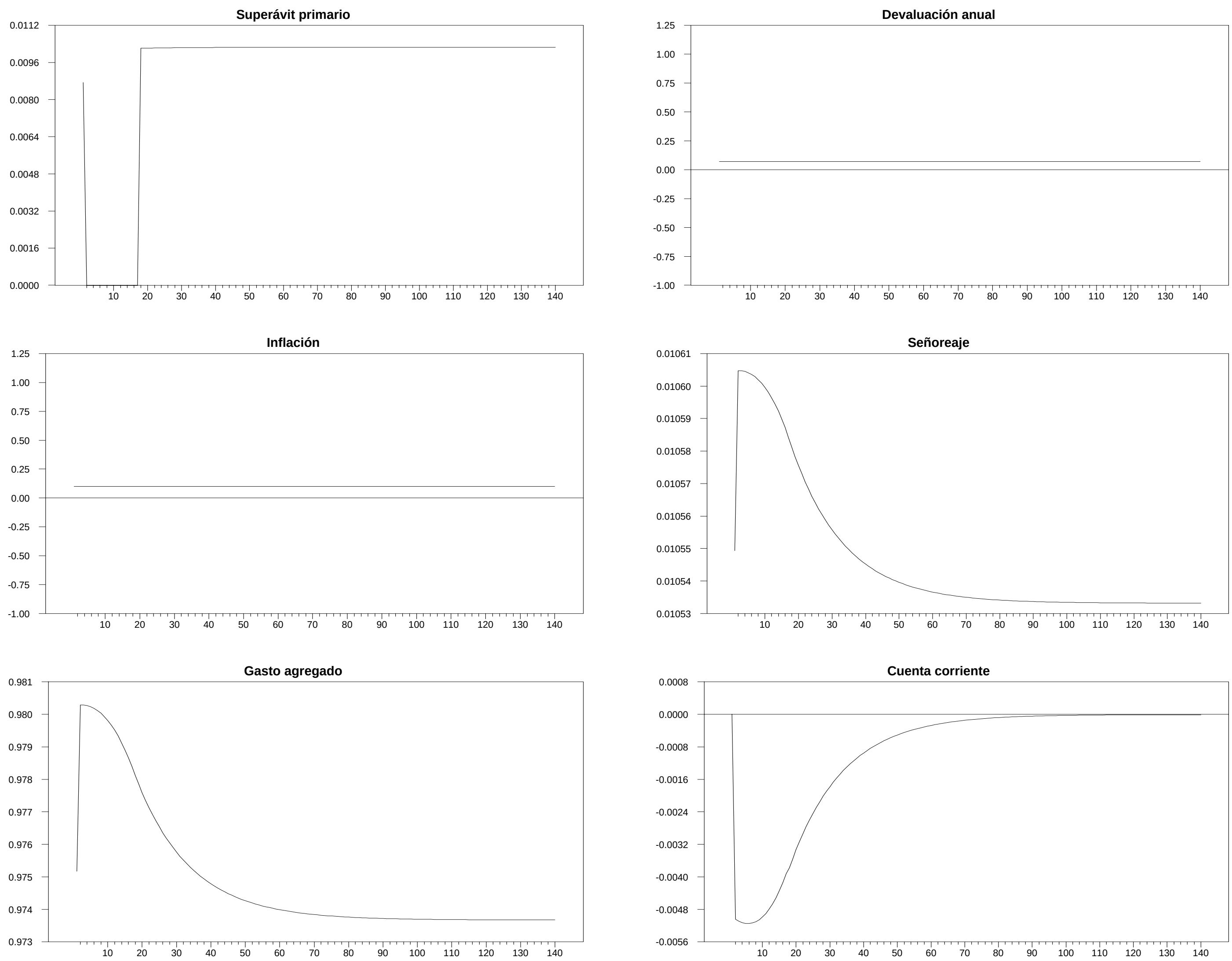


Figura 5

Escenario 1, Reducción en Superávit Primario, Ajuste 1 (conclusión)

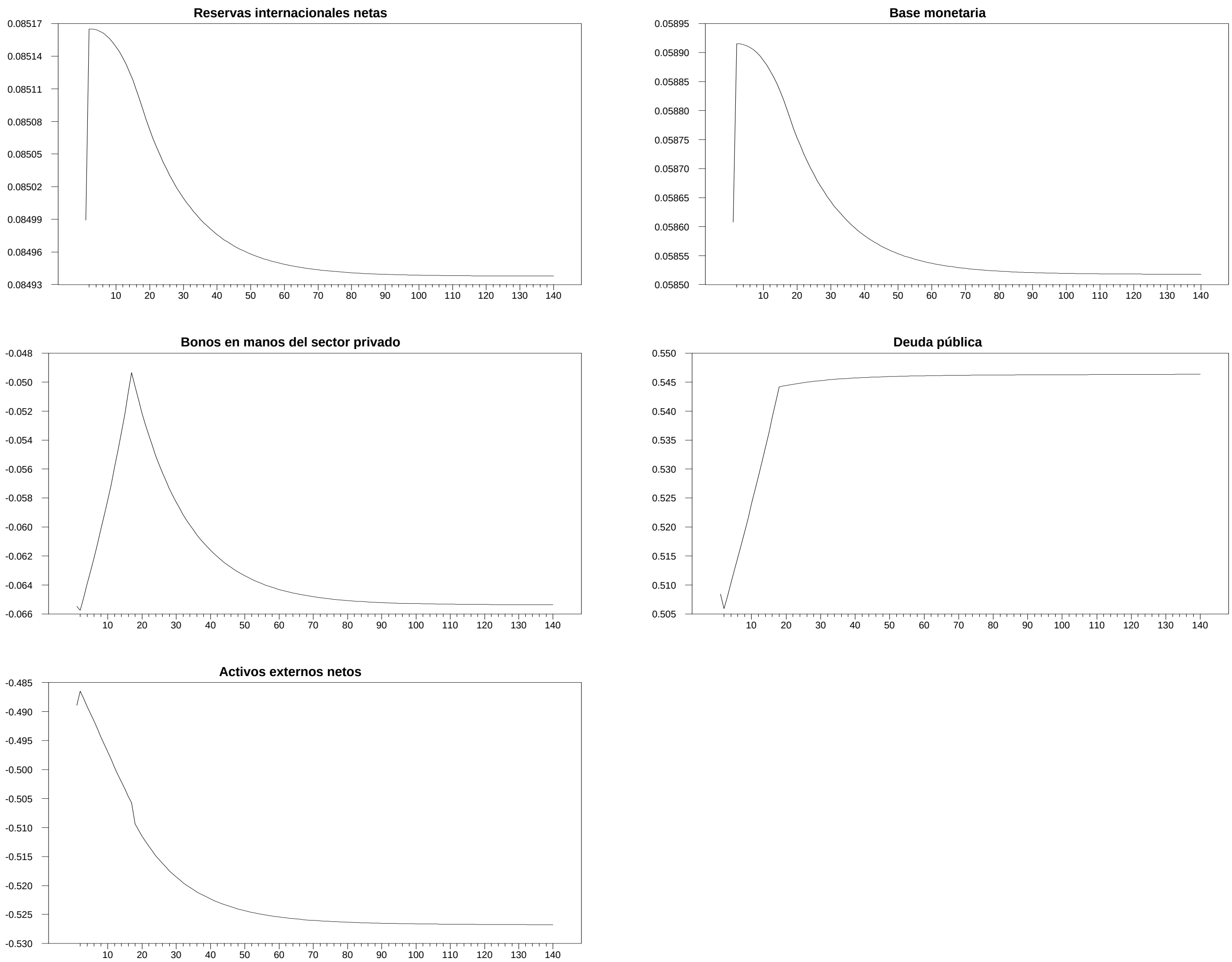


Figura 6

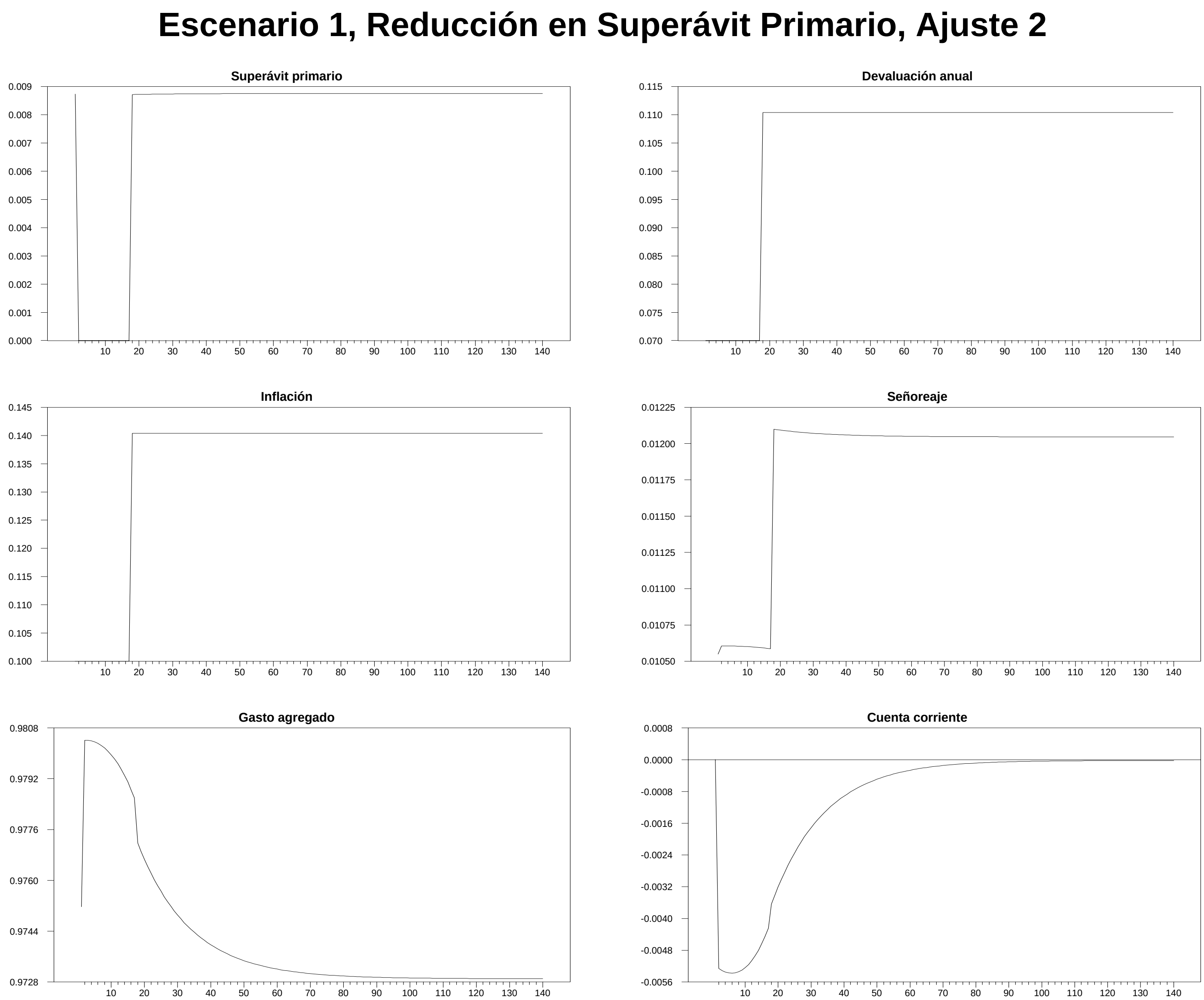

Escenario 1, Reducción en Superávit Primario, Ajuste 2
Superávit primario
Devaluación anual
Inflación
Señoreaje
Gasto agregado
Cuenta corriente

Figura 6

Escenario 1, Reducción en Superávit Primario, Ajuste 2 (conclusión)

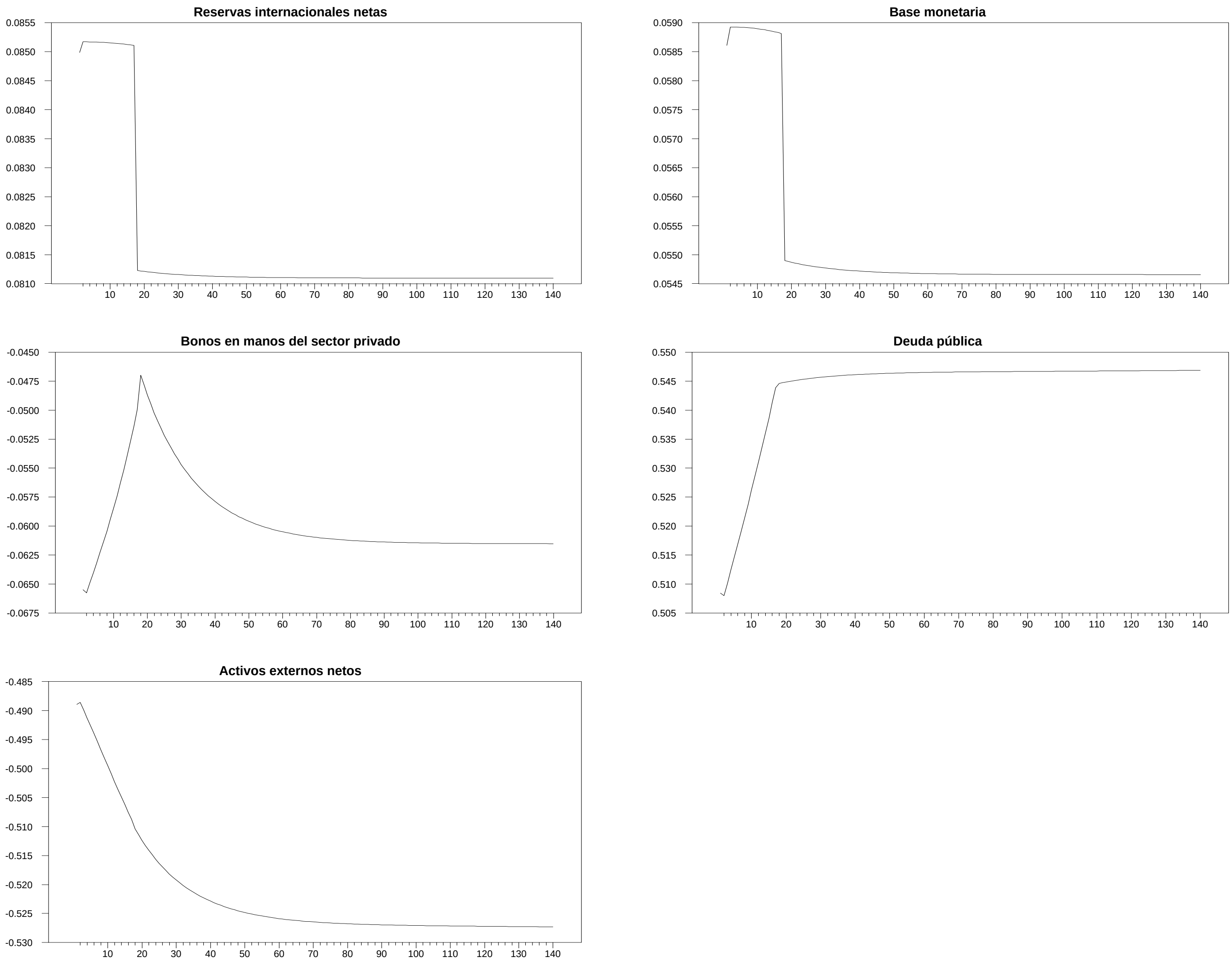


Figura 7

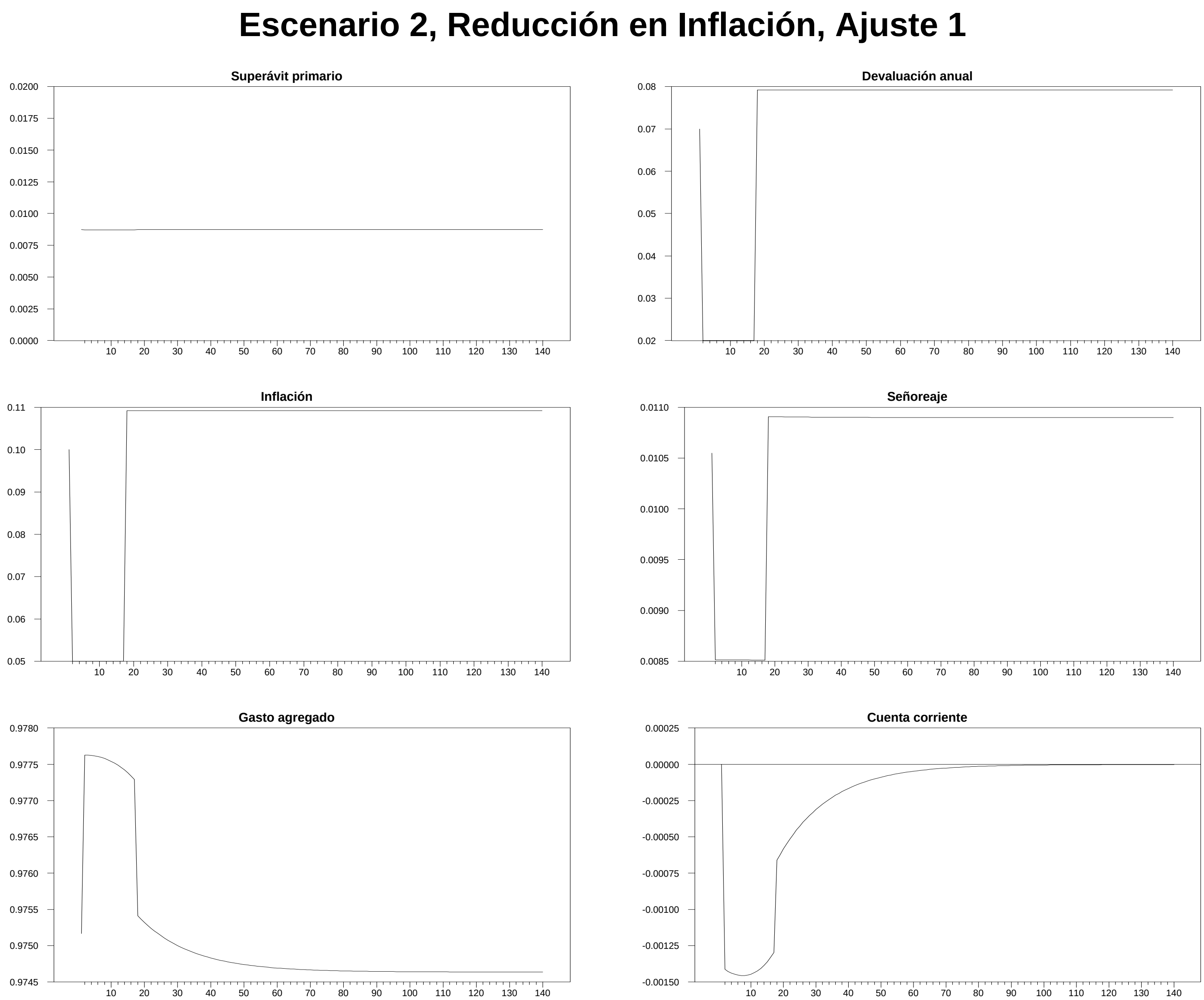

Escenario 2, Reducción en Inflación, Ajuste 1
Superávit primario
Devaluación anual
Inflación
Señoreaje
Gasto agregado
Cuenta corriente

Figura 7

Escenario 2, Reducción en Inflación, Ajuste 1 (conclusión)

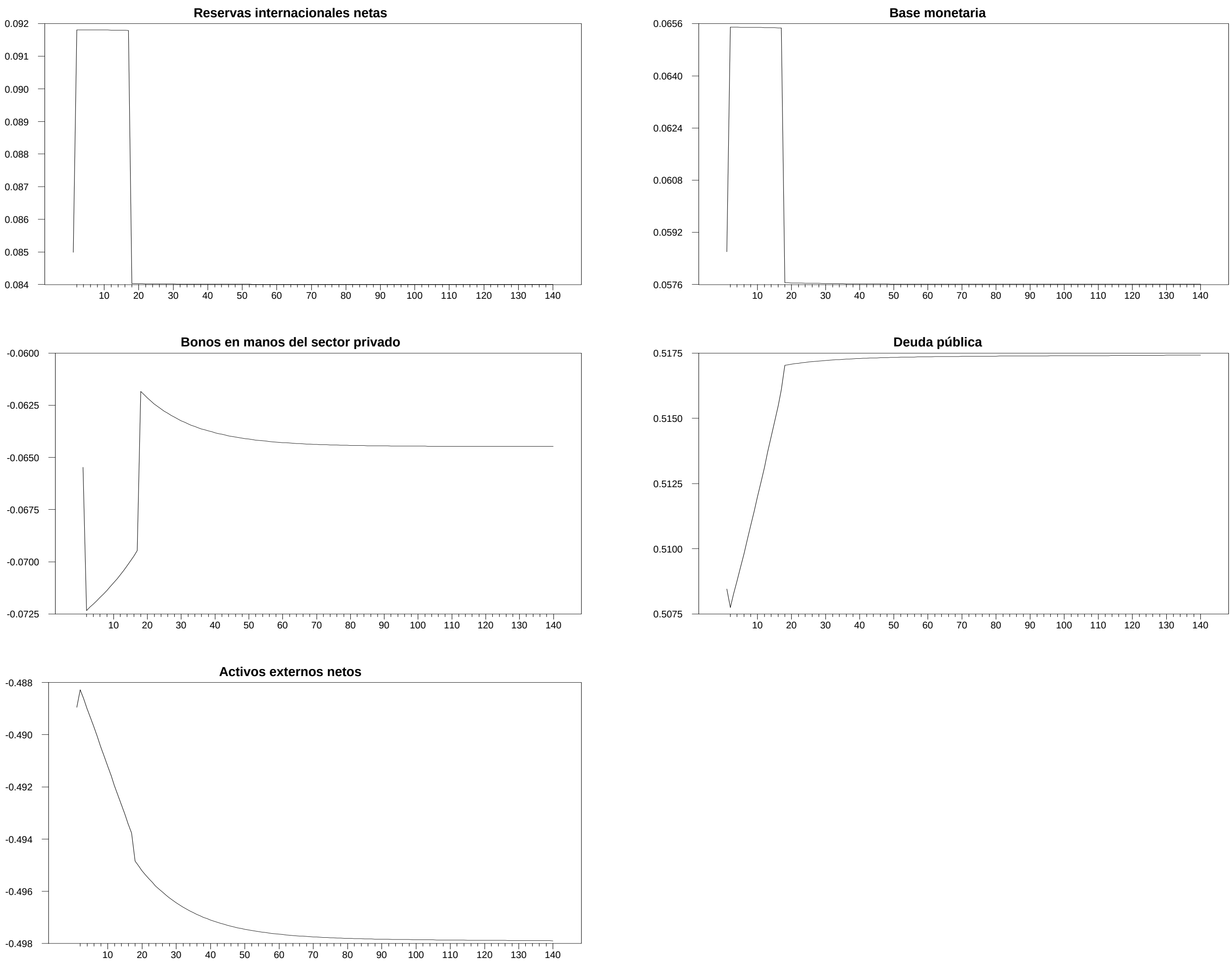


Figura 8

Escenario 2, Reducción en Inflación, Ajuste 2

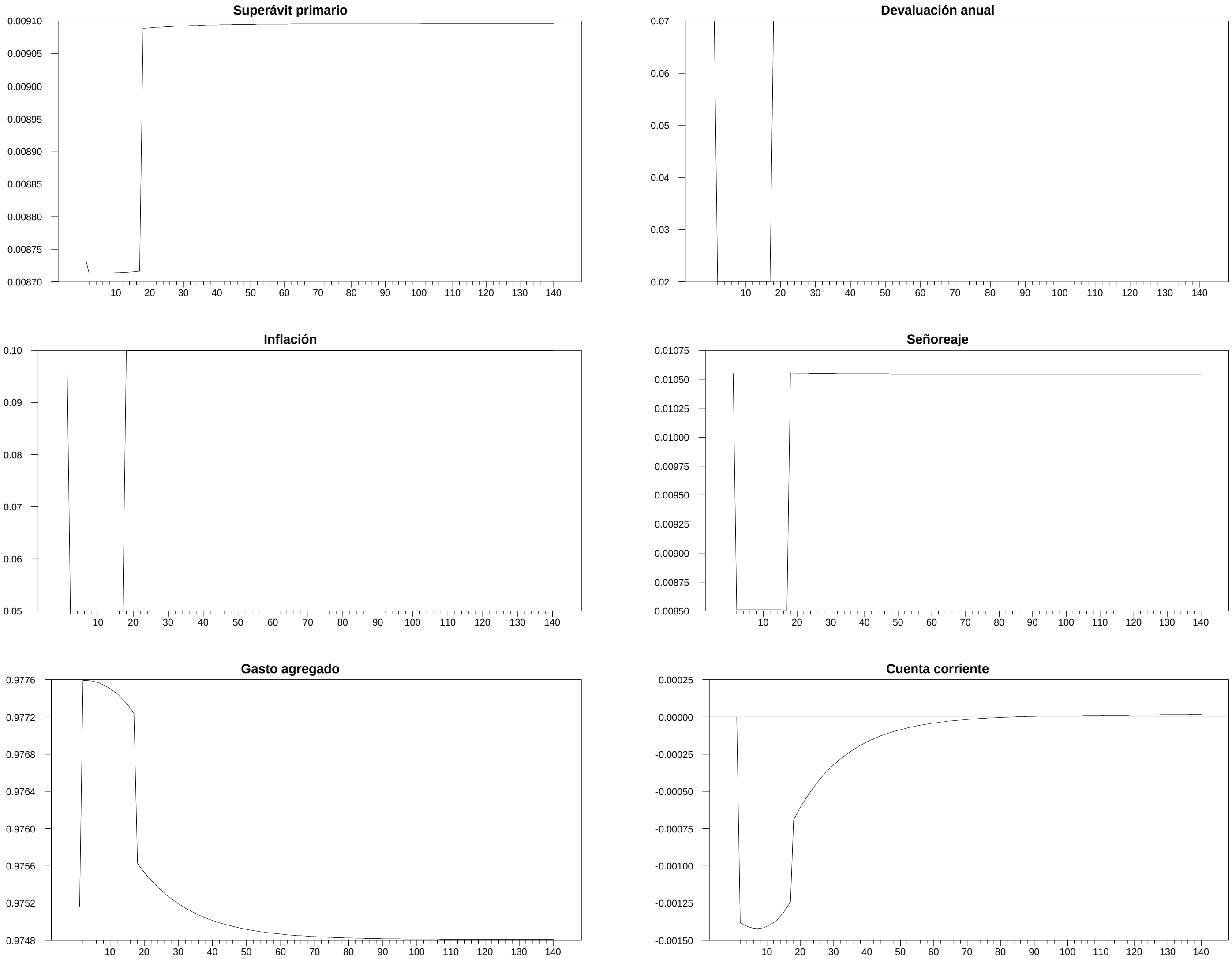


Figura 8

Escenario 2, Reducción en Inflación, Ajuste 2 (conclusión)