



DOCUMENTO DE TRABAJO  
N.º 002 | 2017

## **Parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica**

Cristian Álvarez Corrales

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

# Parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica

Cristian Álvarez Corrales\*

Las ideas expresadas en este documento son del autor y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

## Resumen

Este documento actualiza la estimación de los valores óptimos del parámetro lambda en el filtro Hodrick Prescott para las series del PIB de Costa Rica realizada por Segura y Vásquez (2011). Estos autores determinan estos valores con base en el método de Marcet y Ravn (2003). No obstante, este método parte de que el valor estándar de 1600 para datos trimestrales es apropiado, supuesto que ha sido cuestionado. Por tal motivo, y con el fin de obtener estimaciones alternativas de este parámetro se emplean los métodos de filtro HP modificado de McDermott (1997) y el método de filtrado óptimo de Pedersen (2002). Estos dos métodos proveen valores del parámetro lambda bastante por debajo de los que se obtienen con el primer método por lo que las brechas del producto tienen una variabilidad y amplitud menores en comparación con las que indican una serie de filtros univariados. Por el contrario, las brechas del producto estimadas con los valores de lambda estimados con el método de Marcet y Ravn guardan mayor correspondencia con las obtenidas a partir de filtros univariados y poseen un mejor desempeño predictivo en el periodo 2013 - 2016. Por lo tanto, si bien los métodos de McDermott y Pedersen proveen valores de lambda teóricamente más apropiados en relación con los valores estándar del filtro HP, desde un punto de vista práctico resultan menos informativas. Los valores óptimos estimados son 26, 1800, 22200 y 26400 para las series de PIB anual, trimestral, mensual y el IMAE, respectivamente.

**Palabras clave:** Filtro Hodrick-Prescott, filtro ideal, ciclo económico, brecha del producto.

**Clasificación JEL:** C10, C61, E32

---

\*\* Departamento de Investigación Económica. [alvarezcc@bccr.fi.cr](mailto:alvarezcc@bccr.fi.cr)

# Estimating the Smoothing Parameter in the Hodrick-Prescott Filter for Costa Rica

Cristian Álvarez Corrales<sup>†</sup>

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

## Abstract

This paper updates the estimation of the smoothing parameter in the Hodrick-Prescott filter for the Costa Rican GDP series previously performed by Segura and Vásquez (2001). These authors use the method of Marcet and Ravn (2003) to determine these values. However, this method assumes that the standard value of 1600 for quarterly series is appropriate, assumption that has been questioned. For this reason, in order to obtain alternative estimates of this parameter we apply the methods of modified HP filter of McDermott (1997) and optimal filtering of Pedersen (2002). These two methods provide values of the smoothing parameter well below of those obtained with the first method and so, the output gaps display a lesser degree of variability and amplitude compared to the gaps obtained by the application of various univariate filters. On the other hand, the output gaps obtained using the optimal values suggested by Marcet and Raven's method display greater correspondence with those implied by the univariate filters and exhibit better predictive performance in the period 2013 - 2016. Therefore, even though the methods of McDermott and Pedersen provide lambda values which theoretically are more appropriate than the usual standard values, from a practical point of view they are less informative. The optimal values found are 26, 1800, 22200 for annual, quarterly, and monthly GDP series, respectively; and 26400 for the IMAE index of economic activity.

**Key words:** Hodrick-Prescott filter, ideal filter, business cycle, output gap.

**JEL codes:** C10, C61, E32.

---

<sup>†</sup> Department of Economic Research. Email address. [alvarezcc@bccr.fi.cr](mailto:alvarezcc@bccr.fi.cr)

# Contenido

<b>1. Introducción</b> .....	1
<b>3. El método de Marcet y Ravn para la selección del parámetro <math>\lambda</math></b> .....	4
<b>3.1 Selección del parámetro lambda</b> .....	6
<b>4.1 Filtro HP modificado</b> .....	10
<b>4.2 Método de filtrado óptimo de Pedersen</b> .....	11
<b>5. Pronóstico de la inflación</b> .....	13
<b>6. Identificación del componente cíclico y de tendencia con filtros univariados</b> .....	15
<b>7. Comentarios finales</b> .....	17
<b>Anexo I. Cuadros y gráficos</b> .....	21
<b>Anexo II. Descripción de los filtros univariados</b> .....	27

## 1. Introducción

La estimación del ciclo económico es una tarea que ha ocupado la atención de los economistas desde hace ya bastante tiempo. Desde el trabajo seminal de Burns y Mitchell (1946), estos se han dado a la tarea de desarrollar métodos para extraer el componente cíclico y de tendencia de las series macroeconómicas.

La extracción del componente cíclico, definido como las fluctuaciones recurrentes alrededor de una tendencia es de interés por varios motivos. Canova (1998) sugiere que compilar los hechos estilizados del ciclo económico permite obtener una idea aproximada de la magnitud de las fluctuaciones de las variables macroeconómicas, lo que puede ser útil en la selección de indicadores adelantados de la actividad económica. Asimismo, provee una serie de “regularidades” sobre estas variables que pueden ser usadas por los macroeconomistas como referencia para juzgar la validez de las versiones numéricas de sus modelos teóricos.

Uno de los métodos más comunes para llevar a cabo esta separación es el Filtro de Hodrick-Prescott (1980) (en adelante filtro HP). Este método minimiza la suma de cuadrados de las desviaciones del componente cíclico respecto de la tendencia, castigando a su vez los cambios en la aceleración en esta última. Una de las razones por las que este método es muy popular es que es fácil de implementar y sólo requiere la escogencia del parámetro de suavizamiento o castigo, llamado lambda ( $\lambda$ ). Hodrick y Prescott basan su selección para el caso de datos trimestrales del producto de los Estados Unidos en la observación de que *“un componente cíclico de 5% es moderadamente grande, así como lo es un octavo de un cambio de un 1% en la tasa de crecimiento en un trimestre. Esto nos lleva a seleccionar  $\sqrt{\lambda} = \left(\frac{1}{1/8}\right) = 40$  ó  $\lambda = 1600$ ”*<sup>1</sup> (Hodrick y Prescott 1980, página 4).

En el Departamento de Investigación Económica, el filtro HP es uno de los métodos utilizado regularmente para la separación del componente cíclico y de tendencia en las series de producción. La selección del parámetro lambda se basa en el método desarrollado por Marcet y Ravn (2003). Segura y Vásquez (2011) calcularon los valores apropiados para las series de producción de Costa Rica con este método para el periodo 1991-2010. Su estimación se basó en los datos del Producto Interno Bruto (PIB) y del Índice Mensual de Actividad Económica (IMAE) con año base 1991. No obstante, las series del PIB de Costa Rica ahora se calculan empleando como año de referencia el 2012, lo cual permite disponer de una mejor y más actualizada estructura de la producción del país. Por lo tanto, esto amerita que los valores previos para el parámetro de suavizamiento lambda se actualicen con base en la nueva medición del PIB.

Un aspecto por considerar respecto al método propuesto por Marcet y Ravn es que parte del supuesto de que el valor de  $\lambda = 1600$  es apropiado. Para el caso del filtro HP, este valor elimina las frecuencias mayores a 32 trimestres por lo que atribuye a la tendencia ciclos mayores a 8 años. Por lo tanto, si la duración de los ciclos económicos es menor, entonces la utilización del valor  $\lambda = 1600$  va a ocasionar una incorrecta asignación de los

---

<sup>1</sup> Traducción del autor.

componentes cíclico y de tendencia, es decir, va a asignar al ciclo parte de los movimientos del PIB que debería atribuir a la tendencia.

Para el caso de economías emergentes, Rand y Tarp (2002) encuentran que los ciclos económicos en estos países tienen una duración significativamente menor que en los países desarrollados. Asimismo, Aguiar y Gopinath (2007) argumentan que el componente de tendencia en los países emergentes es más volátil que en los países desarrollados, lo cual también apunta a que el valor óptimo de  $\lambda$  debe ser menor a 1600 para el caso de una economía en desarrollo.

Por otra parte, la selección del valor de 1600 para este parámetro (en el caso de datos trimestrales) ha sido objeto de críticas principalmente por su naturaleza *ad hoc*. De acuerdo con Hodrick y Prescott (1997) bajo algunos supuestos, el valor óptimo de  $\lambda$  corresponde a la razón entre la varianza del componente cíclico y la varianza del componente de tendencia.

Sin embargo, el modelo probabilístico que subyace al filtro HP ha sido objeto de críticas. En una representación estado-espacio de este filtro, se supone que las innovaciones sobre la tendencia y el ciclo son ortogonales. No obstante, dado que las fluctuaciones tanto en el ciclo como en la tendencia son el producto de choques de productividad en la literatura sobre ciclos económicos reales, probablemente se viola el supuesto de ortogonalidad. Por lo tanto, esto hace problemático el modelo probabilístico asociado al filtro HP.

De acuerdo con Pedersen (2001), si se supone que las varianzas del ciclo y de la segunda diferencia de la tendencia están distribuidas normalmente y son *i.i.d.*, esto es equivalente a suponer que el ciclo económico es ruido blanco, lo cual es contrario a la percepción de lo que debería ser un ciclo económico. Por lo tanto, existe una alta probabilidad de no se cumplan los supuestos sobre los cuales Hodrick y Prescott basan su selección de 1600 para  $\lambda$ , lo cual hace subóptimo al método utilizado por estos autores para determinar el valor apropiado de  $\lambda$ .

Debido a las críticas señaladas respecto a la escogencia de valor  $\lambda = 1600$ , en este trabajo se procura aplicar diferentes metodologías que otros autores han propuesto para hacer una estimación de este parámetro de acuerdo con algún criterio de optimalidad. Específicamente, se utiliza el método llamado filtro HP modificado propuesto por McDermott (1997) así como el método de filtrado óptimo de Pedersen (2002). Este último, tiene la ventaja de que permite incorporar en la estimación del parámetro  $\lambda$  información referente a la duración promedio del ciclo económico.

Una vez que se tienen los componentes cíclico y de tendencia del producto mediante los tres métodos, se estiman las brechas del producto [definidas como la diferencia en puntos porcentuales (p.p.) del PIB observado respecto al PIB potencial] correspondientes a los diferentes valores óptimos de  $\lambda$  estimados. Seguidamente, se realiza un ejercicio de pronóstico de la inflación con base en la estimación de ecuaciones de Curva de Phillips que incorporan las brechas estimadas como indicador de presión de demanda agregada.

Este ejercicio se realiza con el fin de determinar si alguno de los valores de  $\lambda$  calculados provee estimaciones de la brecha del producto con mayor precisión para el pronóstico de la inflación en Costa Rica. Los resultados de este ejercicio sugieren que, si se desea privilegiar el desempeño predictivo para una muestra más reciente, entonces se

debe utilizar los valores de lambda que se estiman con el método de Marcet y Ravn (2003) en tanto proveen pronósticos más precisos de la tasa de inflación.

Un ejercicio adicional consiste en comparar las brechas del producto obtenidas para los diferentes valores de lambda con las obtenidas con una variedad de filtros estadísticos univariados. El resultado de esta comparación indica que la brecha estimada con los valores de lambda calculados con el método de Marcet y Ravn brindan brechas cuyo tamaño guarda mayor concordancia con las obtenidas mediante una variedad de filtros univariados. Esto indica que, si bien, menores valores de lambda como los obtenidos con los métodos de filtro HP modificado y el método de filtrado óptimo de Pedersen son teóricamente más apropiados, desde un punto de vista práctico, resultan menos informativos que los valores que provee el método de Marcet y Ravn.

Este documento se organiza de la siguiente manera. La sección 2 describe el filtro HP y presenta algunas de las críticas que se le han formulado. La sección 3 describe el método propuesto por Marcet y Ravn (2003) para la selección del parámetro lambda y presenta una serie de pruebas para determinar el valor óptimo de este parámetro. La sección 4 presenta los resultados de aplicar el método de filtro HP modificado de McDermott y el método de filtrado óptimo de Pedersen. La sección 5 muestra los resultados del ejercicio de pronóstico de la inflación con base en la estimación de Curvas de Phillips. La sección 6 compara las brechas del producto con base en el filtro HP con las brechas que se obtienen a partir de un conjunto de filtros univariados. Por último, la sección 7 presenta las conclusiones de este trabajo.

## 2. El Filtro de Hodrick-Prescott

Hodrick y Prescott (1997) definen una serie de tiempo como la suma de un componente cíclico y otro de tendencia:

$$y_t = c_t + g_t \quad (1)$$

Estos componentes pueden obtenerse a partir del siguiente problema de optimización:

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (2)$$

Donde  $c_t = y_t - g_t$  es el componente cíclico,  $g_t$  es la tendencia y  $y_t$  es la serie de tiempo original la cual se supone que ha sido previamente desestacionalizada. En la expresión anterior el parámetro  $\lambda$  es positivo y penaliza la aceleración en la tendencia de la serie representada en la fórmula por la segunda diferencia de la tendencia. Conforme más alto es el valor de este parámetro, la tendencia estimada es más suave (menos volátil) y cuando este tiende al infinito, la tendencia converge a la que se estimaría mediante un modelo de tendencia temporal lineal. En este caso se permite la máxima variabilidad en el componente cíclico, mientras que, cuando  $\lambda$  tiende a cero, la tendencia estimada se parece a la serie original, reduciendo al mínimo las fluctuaciones del componente cíclico.



A pesar de su popularidad, el filtro HP no ha estado exento de críticas. King y Rebelo (1993) demuestran algunos casos en que características de las series filtradas como la persistencia, variancia y los comovimientos de datos reales y simulados son alterados por el filtro en comparación con las mismas características observadas en las series originales. Asimismo, estos autores encontraron que el filtro HP es óptimo para un número limitado de modelos ARIMA que son poco probables de ser utilizados en la práctica. Por otra parte, Harvey y Jaeger (1993) y Cogley y Nason (1995) argumentan que la utilización del filtro HP puede producir ciclos espurios y generar correlaciones espurias entre las variables, lo cual es un artificio del filtro, más que mostrar los verdaderos hechos estilizados de las series. También se ha mencionado que la tendencia y el ciclo estimados mediante el filtro HP tienen una habilidad artificial para predecir el futuro debido a que por construcción el filtro utiliza datos futuros<sup>2</sup>.

Otra de las críticas al filtro HP es que este posee un pobre desempeño en las estimaciones al final de la muestra, para lo cual Kaiser y Maravall (1999) proponen hacer proyecciones con modelos ARIMA y utilizar como insumo la serie de tendencia-ciclo de la serie original. Maravall y del Río (2001) observan que el filtro HP no preserva las tendencias estimadas bajo agregación o desagregación temporal de las series utilizando los valores estándar de  $\lambda$ , por lo que aplicar el filtro HP a series agregadas no resulta ser equivalente a aplicar el filtro a series desagregadas y luego agregarlas. Finalmente, y como se comentó en la introducción, está el problema asociado a la arbitrariedad en la selección del parámetro  $\lambda$ , siendo que los valores propuestos como apropiados por Hodrick y Prescott para la economía de Estados Unidos no son necesariamente apropiados para otras economías, especialmente en desarrollo.

### 3. El método de Marcet y Ravn para la selección del parámetro $\lambda$

Marcet y Ravn (2003) argumentan que la utilización del filtro HP para comparar los ciclos económicos entre países empleando el mismo valor de  $\lambda$  no es conveniente debido a que, para los países que muestran una mayor persistencia en sus ciclos económicos, una mayor parte del componente cíclico será asignada a la tendencia. Estos autores sugieren dos reglas de ajuste del parámetro  $\lambda$  para lo cual proponen redefinir el problema de optimización del filtro HP como un problema de optimización restringida. La primera regla de ajuste estaría dada por el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\{y_t^{tr}\}_{t=1}^T} \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^{tr})^2 \quad (3)$$

$$s. a. : \frac{\sum_{t=2}^T [(y_{t+1}^{tr} - y_t^{tr}) - (y_t^{tr} - y_{t-1}^{tr})]^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t^{tr})^2} \leq V \quad (4)$$

---

<sup>2</sup> Una forma que se ha sugerido para solucionar este problema es estimar el filtro HP unilateral (“one sided”). En vez de utilizar datos futuros de la serie de interés, este filtro utilizaría información disponible hasta  $t$ . Sin embargo, de acuerdo con Hamilton (2016) aunque un filtro de este tipo eliminaría el problema de obtener series capaces de predecir artificialmente el futuro, aun así tendría el problema generar relaciones espurias entre las variables.

En la expresión (4)  $V \geq 0$  es una constante especificada por el investigador y se puede interpretar como la cota superior de la variabilidad en la aceleración de la tendencia relativa a la variabilidad del componente cíclico. De acuerdo con Marcet y Ravn especificar un único valor de  $V$  para todos los países asegura la comparabilidad entre estos en el sentido de que esta cota superior es la misma. Al evaluar la restricción (4) con los valores de  $\lambda$  para Estados Unidos sugeridos por Hodrick y Prescott se obtiene el valor de  $V$  para este país. El procedimiento consiste en encontrar de forma iterativa, un valor de  $\lambda$  para las series del PIB de Costa Rica que iguale el valor de la restricción para ambos países a las diferentes periodicidades de los datos. Segura y Vásquez (2011) llaman a este procedimiento metodología con  $V$  por lo que en adelante se usa el mismo término.

La segunda regla de ajuste propuesta por Marcet y Ravn consiste en reemplazar la restricción (4) por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{T-2} \sum_{t=2}^T [(y_{t+1}^{tr} - y_t^{tr}) - (y_t^{tr} - y_{t-1}^{tr})]^2 \leq W \quad (5)$$

La regla de ajuste dada por (5) restringe la variabilidad de la aceleración en la tendencia a ser la misma entre ambas economías. Esta regla se llamará metodología con  $W$  de acuerdo con la terminología definida por Segura y Vásquez.

La diferencia entre la metodología con  $V$  y la metodología con  $W$  radica en que esta última impone la misma variabilidad de la aceleración de la tendencia entre los países, mientras que la metodología con  $V$  permite una mayor variabilidad de la tasa de crecimiento en países con un componente cíclico más volátil. De acuerdo con Marcet y Ravn para encontrar el valor óptimo de  $\lambda$  basta con simplemente ajustar este parámetro hacia arriba cuando la diferencia entre el  $V$  ( $W$ ) del país de referencia y el  $V$  ( $W$ ) de los Estados Unidos sea positivo y viceversa<sup>3</sup>.

Marcet y Ravn señalan que la metodología con  $W$  puede ser preferible si el investigador cree que la desviación de la tendencia observada respecto a una tendencia lineal es similar entre los países, lo cual sería el caso de dos países que compartan una misma estructura industrial. Por el contrario, los autores indican que la metodología con  $V$  puede ser preferible si el investigador considera que la diferencia de la tendencia observada respecto a la tendencia lineal es mayor en alguno de los dos países. Este sería el caso cuando la riqueza inicial es mayor en alguno de los países por lo que el crecimiento de uno es mayor que el del otro durante el proceso de convergencia a un nivel de riqueza más alto en el estado estacionario.

La estimación del parámetro  $\lambda$  se hace para datos del PIB anual, trimestral y mensual, así como para el Índice Mensual de Actividad Económica (IMAE)<sup>4</sup> para el periodo 1991-2016. Como se mencionó previamente, se utiliza el componente de tendencia-ciclo de las

<sup>3</sup> Las estimaciones de  $V$  y  $W$  para Estados Unidos se hacen con base en los valores estándar (100, 1600 y 14400) para ese país para datos anuales, trimestrales y mensuales, respectivamente.

<sup>4</sup> El PIB mensual es calculado por el Departamento de Estadística Macroeconómica mensualizando los datos de PIB trimestral utilizando el IMAE como indicador relacionado, de modo que la dinámica del PIB mensual guarde relación con los movimientos de corto plazo implícitos en el IMAE.

series de producción y el IMAE obtenidas mediante el programa TRAMO-SEATS. Asimismo, las series se extienden 2 años con modelos ARIMA.

### 3.1 Selección del parámetro lambda

Si bien, una posibilidad en la selección del parámetro  $\lambda$  de acuerdo a los métodos con  $V$  o  $W$  es utilizar las guías propuestas por Marcet y Ravn, puede ser conveniente utilizar criterios objetivos en el proceso de selección. Para esto se replican las pruebas utilizadas por Segura y Vásquez (2011) para escoger entre los valores de lambda dados por estas dos metodologías.

Un primer criterio tiene que ver con la agregación temporal de las tendencias estimadas. Como se mencionó previamente, una de las críticas al filtro HP es que este no preserva las tendencias estimadas bajo agregación o desagregación de los datos. Un primer ejercicio consiste en comparar el ajuste de la tendencia del PIB anual y la agregación de la tendencia de la serie del PIB mensual con respecto a agregación anual de la tendencia trimestral.

El cuadro 1 muestra el ajuste de estas agregaciones de acuerdo con la raíz del error cuadrático medio (ECM) y el error absoluto medio (EAM). Como se puede ver, la precisión de las tendencias estimadas con el lambda obtenido de acuerdo a la restricción con  $W$  muestran un mejor ajuste que las estimadas con  $V$ .

Cuadro 1  
Bondad de ajuste de la agregación de la tendencia con datos mensuales y anuales respecto de estimaciones con datos trimestrales

	PIB anual		PIB mensual	
	V	W	V	W
ECM	0.0027%	0.0021%	0.0057%	0.0046%
EAM	0.41%	0.36%	0.64%	0.56%

Fuente: Elaboración propia.

Bajo el mismo objetivo de buscar valores de lambda que provean un mayor grado de coherencia en la agregación de las tendencias, Maravall y del Río (2001) proponen encontrar un valor para lambda que preserve el ciclo de referencia. Este periodo se refiere a la frecuencia para la cual el 50% de la ganancia del filtro ha sido alcanzada y se puede estimar de acuerdo con la siguiente fórmula<sup>5, 6</sup>.

$$\tau = \frac{2\pi}{\arccos\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\right)} \quad (6)$$

<sup>5</sup> Maravall y del Río advierten de que se debe tener cuidado al interpretar el ciclo de referencia. Dado que para el filtro HP la pendiente de la función de ganancia no es exactamente vertical (como lo sería en el caso de un filtro ideal), por lo que existe un rango de periodos cíclicos para los cuales su eliminación es parcial. Por ejemplo, para el caso de  $\lambda = 1600$  un 50% de los ciclos mayores a 10 años serán incluidos en la tendencia. Mientras que un 90% de los ciclos mayores a 16 años y un 10 % de los ciclos menores a 6 años serán incluidos.

<sup>6</sup> La función acos o arcoseno indica la función inversa del seno de un ángulo.

De acuerdo con Maravall y del Río si se supone un valor de  $\lambda = 1600$  para datos trimestrales, entonces de acuerdo con (6) esto implica un periodo de 39,7 trimestres. Esto a su vez indica que la duraci3n del ciclo de referencia ser a de 9,9 años y 119,1 meses. Los autores encuentran que los valores equivalentes de lambda para estas duraciones del ciclo de referencia para datos anuales y mensuales ser an  $\lambda_a = 6.65$  y  $\lambda_m = 129119$ . El ejercicio en este caso consiste en comparar los ciclos de referencia para los valores de lambda calculados bajo los métodos con  $V$  y  $W$ .

Seguidamente se corrobora cuál de los valores de lambda minimiza la diferencia en el ciclo de referencia respecto al calculado con datos trimestrales. Como se desprende del cuadro 2, las diferencias son menores para el caso de los lambdas estimados bajo el método con  $W$ , lo cual indica que las tendencias estimadas son más coherentes entre sí en comparaci3n con los lambdas estimados bajo la metodología con  $V$ .

Cuadro 2  
Diferencia en la frecuencia de los ciclos en términos anuales

	V		W	
	Años	Diferencia	Años	Diferencia
IMAE	5.42	3.79	6.67	3.57
PIB Mensual	5.30	3.91	6.39	3.85
PIB Trimestral	9.21	-	10.24	-
PIB anual	13.79	4.58	14.34	4.10

Fuente: Elaboraci3n propia.

Por otra parte, el Consejo Monetario Centroamericano (2004) recomienda emplear un valor de  $\lambda$  que minimice la diferencia entre el rango de variaci3n de las tasas de crecimiento de la tendencia para las diferentes frecuencias de los datos. Estas diferencias se dan debido a que las series de mayor frecuencia permiten detectar una mayor cantidad de variaciones, las cuales se diluyen en las series de menor periodicidad. Aunque la mayor frecuencia de los datos provoca mayor variabilidad en las series, la mayor parte de esta variabilidad no deber a afectar la tendencia estimada.

El cuadro 3 muestra los resultados de calcular la diferencia en las tasas de crecimiento de la tendencia del PIB para datos anuales y mensuales con respecto a la tasa de crecimiento de la tendencia del PIB trimestral. Como se observa, las diferencias en términos absolutos en todos los casos son sustancialmente menores para el caso de la restricci3n con  $W$ .

Cuadro 3  
Diferencia en el rango de las tasas de crecimiento de la tendencia respecto al PIB trimestral

	V		W	
	Rango	Diferencia	Rango	Diferencia
IMAE	5.75	2.34	4.86	1.80
PIB Mensual	4.28	0.87	3.41	0.35
PIB Trimestral	3.41	-	3.06	-
PIB anual	1.83	1.58	1.75	1.31

Fuente: Elaboraci3n propia.

Como se puede ver, las pruebas realizadas indican que los valores de  $\lambda$  calculados bajo la metodología con  $W$  proveen mejores resultados que los valores calculados bajo la metodología con  $V$ , lo cual coincide con los resultados de Segura y Vásquez (2011). El cuadro 4 muestra los valores calculados bajo ambas metodologías para las diferentes series analizadas.

Asimismo, se muestran los valores obtenidos por Segura y Vásquez en el ejercicio anterior. Como se aprecia, tanto para este ejercicio como para el anterior, los valores de lambda de acuerdo con la metodología con  $W$  son significativamente más altos que los valores que se obtienen con el proceso de minimización restringida por  $V$ . En comparación con los resultados de Segura y Vásquez, en esta oportunidad los valores óptimos bajo la metodología con  $W$  son menores a excepción del IMAE; mientras que por el contrario, los valores de  $\lambda$  son mayores a excepción del PIB anual.

Cuadro 4  
Valores óptimos de lambda de acuerdo a las metodologías con V y W

Serie	Estimación actual		Segura y Vásquez (2011)	
	V	W	V	W
IMAE	11488	26388	3500	23000
PIB mensual	10477	22204	7000	44000
PIB trimestral	1187	1813	830	2250
PIB anual	24	26	25	35

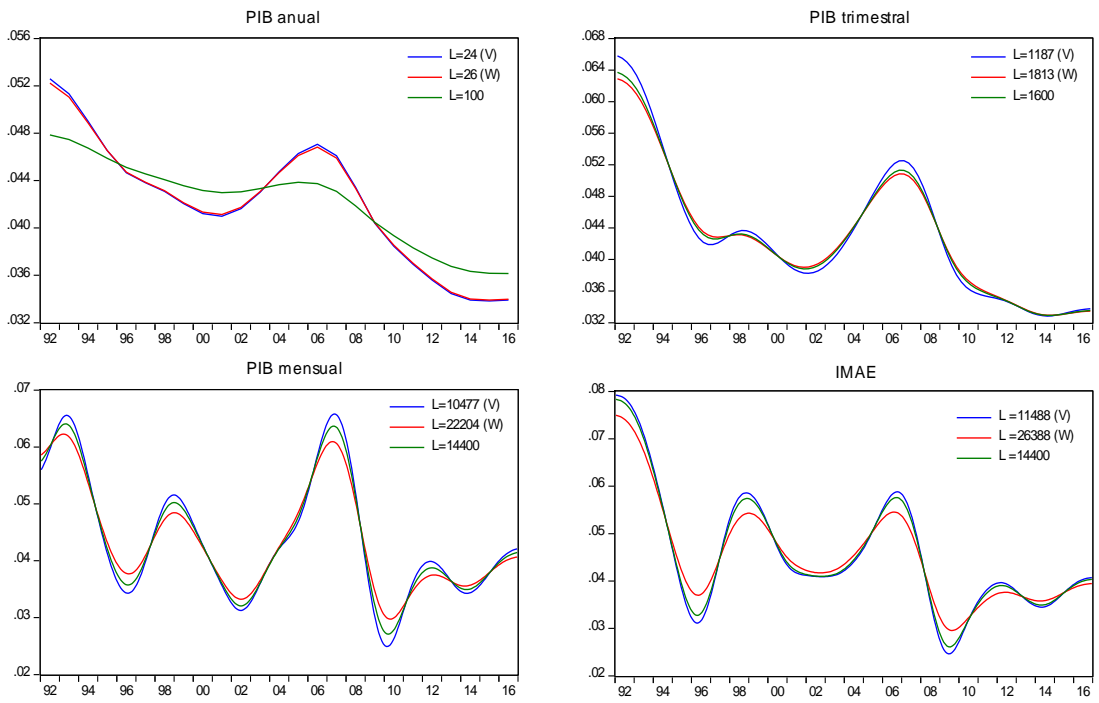
Fuente: Elaboración propia.

La figura 1 muestra las tasas de crecimiento con base en las tendencias estimadas para las series del PIB y el IMAE a las diferentes periodicidades. Se utilizan los valores de  $\lambda$  obtenidos de acuerdo con las metodologías con  $V$  y  $W$  así como los valores estándar. Como era de esperar, conforme se incrementa el valor de lambda la tasa de crecimiento de la tendencia del producto muestra una menor aceleración.

Las diferencias más notorias ocurren para la serie del PIB anual donde la tasa de crecimiento que se estima para los valores de lambda con  $V$  y  $W$  difiere marcadamente respecto de la estimada con el valor estándar (100). Por otra parte, aunque la tasa de crecimiento de la tendencia del PIB muestra un grado significativo de variación durante la muestra, se observa que esta exhibe una tendencia decreciente mostrando tasas de crecimiento menores al promedio.

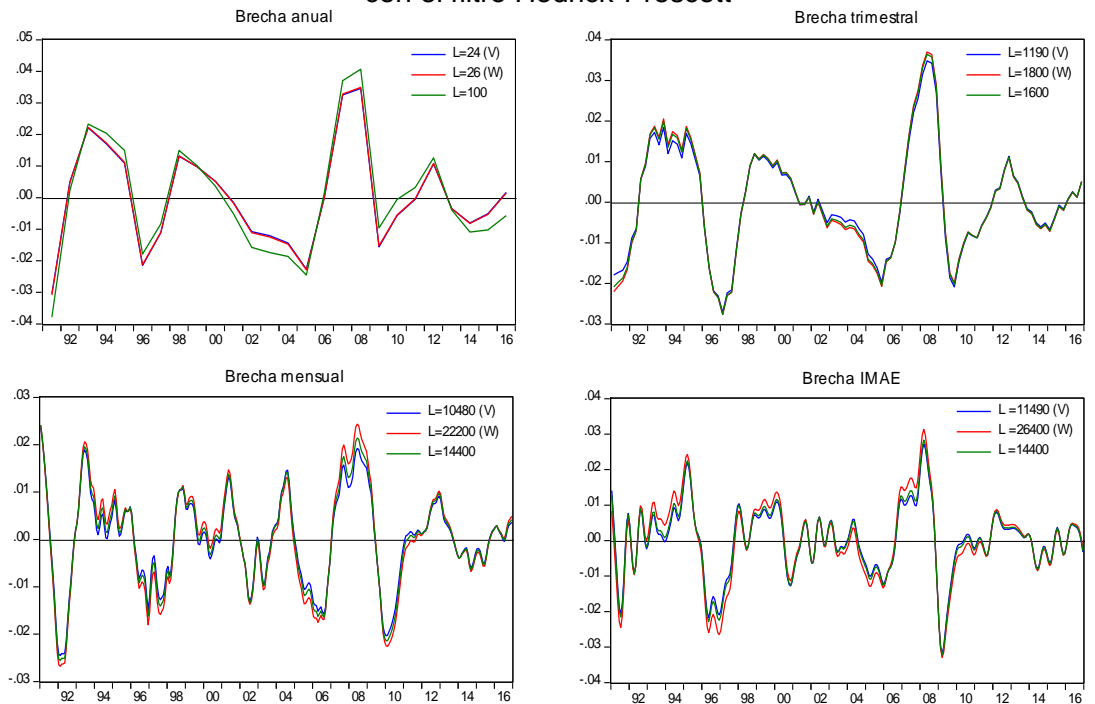
Por su parte, la figura 2 muestra las brechas del producto con los valores de lambda empleados en la estimación de las tasas de crecimiento mostradas en la figura 1. De nuevo las diferencias más notorias se dan para el caso de datos anuales. Como se aprecia, mayores valores de lambda permiten una mayor amplitud de las brechas estimadas. Además, parecen no haber incoherencias en la posición cíclica de la economía de acuerdo con los diferentes valores de este parámetro. Con esto se quiere decir que no se observan periodos prolongados en que alguna de las brechas indique que el producto observado se encuentra por encima del producto potencial, mientras que otra brecha indica lo contrario. En general, las brechas del producto estimadas señalan que al final del año anterior el producto observado se encontraba cerca del nivel potencial.

Figura 1  
Tasa de crecimiento de la tendencia del PIB



Fuente: Elaboración propia.

Figura 2  
Brechas del producto estimadas para diferentes valores de lambda con el filtro Hodrick-Prescott



Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Métodos alternativos para estimar el parámetro lambda

Como se indicó anteriormente, el método propuesto por Marcet y Ravn (2003) parte del supuesto de que el valor de 1600 es apropiado, lo cual ha sido objeto de críticas tal y como se discutió en la introducción. Por lo tanto, en esta sección se exploran dos métodos distintos para hacer una estimación del parámetro lambda de acuerdo con algún criterio de optimalidad. Específicamente se aplican los métodos de filtro HP modificado propuesto por McDermott (1997) y el método de filtrado óptimo de Pedersen (2002). A continuación se describen ambos métodos.

##### 4.1 Filtro HP modificado

McDermott (1997) propuso una modificación al método tradicional del filtro HP con base en el de validación cruzada de Craven y Wahba (1979). Con este método se estima la tendencia con el filtro HP para diferentes valores de  $\lambda$  excluyendo un dato a la vez y luego se escoge el  $\lambda$  que provea la serie de tendencia que mejor replica el dato faltante. Choudary et al (2013) aplican este método para una serie de países en desarrollo. El valor óptimo de lambda corresponde al que minimiza la siguiente función de validación cruzada generalizada propuesta por Craven y Wahba (1979):

$$GCV = \frac{T^{-1} \sum_{t=1}^T (y_t - g_t(\lambda))^2}{(1 - T^{-1} \text{tr} A_{tt}(\lambda))^2} \quad (7)$$

En la expresión anterior,  $y_t$  corresponde al producto observado,  $g_t$  a la tendencia estimada,  $T$  al total de observaciones y  $A_{tt}$  es una matriz de ponderadores. La ecuación anterior se estima por medio de un proceso iterativo para distintos valores de  $\lambda$ , donde el valor óptimo es el que minimiza la  $GCV$ . Para estimar  $A_{tt}$  McDermott (1997) propone utilizar el algoritmo de Silverman (1984). Con este método Choudary et al. (2013) encuentran que el rango de valores óptimos de  $\lambda$  oscila entre 229 y 4898 para el caso de datos trimestrales y entre 11 y 6566 para datos anuales. Al aplicar este método a los datos de las series de producción de Costa Rica y al IMAE se obtienen los valores dados por el cuadro 5.

Cuadro 5  
Valores óptimos de lambda: Filtro HP modificado

Serie	$\lambda$ óptimo
IMAE	1053
PIB mensual	566
PIB trimestral	135
PIB anual	465

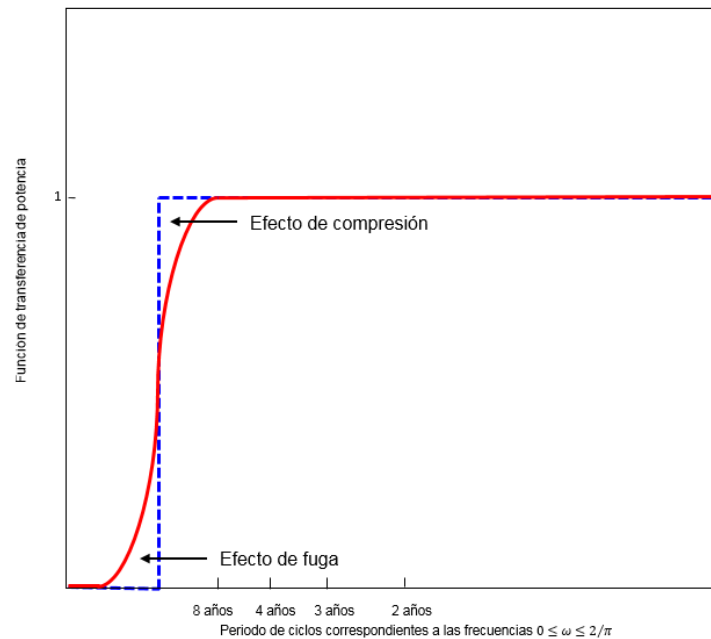
Fuente: Elaboración propia.

## 4.2 Método de filtrado óptimo de Pedersen

Este método parte de la idea de que todo filtro crea un efecto distorsionante cuando se aplica a un conjunto de datos finito<sup>7</sup>. Un caso especial es el llamado *Efecto Slutsky* el cual ocurre cuando la aplicación del filtro induce la aparición de ciclos espurios en la serie filtrada. De acuerdo con Pedersen (2001), el objetivo de la teoría del diseño óptimo de filtros es construir filtros que minimicen los efectos distorsionantes.

Se dice que un filtro distorsiona al dejar pasar frecuencias que debería atenuar (efecto de “fuga”) y al comprimir frecuencias que debería dejar pasar el filtro (efecto de “compresión”). Esto se puede apreciar en la figura 3. Un aspecto a tomar en cuenta en este caso es que el tamaño de la distorsión depende de la función de transferencia de potencia, y debido a que esta función en el filtro HP depende de  $\lambda$ , entonces es posible encontrar el valor de este parámetro que minimiza el efecto distorsionador del filtro.

Figura 3  
Efectos de fuga y compresión en la aplicación de un filtro de paso alto



De esta forma, la métrica de distorsión propuesta por Pedersen (2002), denominada ( $Q$ ), corresponde a la suma de las diferencias absolutas entre el componente cíclico obtenido a partir de un filtro ideal y el componente cíclico estimado a partir del filtro HP, ponderada por el espectro de la serie filtrada y el tamaño de la diferencia  $\Delta\omega = \omega_i - \omega_{i-1}$ .

$$Q = \sum_{\omega \in W} |H^*(\omega) - H_{HP}(\omega)| \cdot 2S'_y(\omega) \Delta\omega \quad (8)$$

<sup>7</sup> Este método hace necesaria la comprensión de algunos conceptos relacionados con el análisis de series de tiempo en el dominio de frecuencia, por lo que un análisis más detallado puede encontrarse en Du Toit (2008).



En la ecuación (8),  $H^*(\omega)$  corresponde a la función de transferencia de potencia para el caso de un filtro ideal, mientras que  $H_{HP}(\omega)$  es esta misma función para el caso del filtro HP. La expresión anterior puede transformarse para construir un nuevo conjunto de ponderadores  $v(\omega)$  normalizados para que sumen 1, donde estos ponderadores están definidos como la razón entre el espectro de la serie que se va a filtrar respecto a la varianza de la serie. Por lo tanto, con base en estos nuevos ponderadores y minimizando con respecto a  $\lambda$  en  $H_{HP}(\omega)$  se puede obtener una métrica para determinar su valor óptimo.

$$\operatorname{argmin}_{\lambda} Q = \sum_{\omega \in W} |H^*(\omega) - H_{HP}(\omega)| \cdot v(\omega) \quad (9)$$

donde  $v(\omega) = \frac{2s_y'(\omega)\Delta\omega}{\sum_{\omega \in W} 2s_y'(\omega)\Delta\omega}$

Minimizar  $Q$  con respecto a  $\lambda$  implica minimizar la filtración y la compresión, lo cual da una medida más confiable del componente cíclico. Para llevar a cabo este proceso de minimización, es necesario definir el parámetro  $\omega_{\text{limite}}$  el cual corresponde a la duración promedio del ciclo económico. Para definir esta duración se utilizó el algoritmo de Bry y Boshan (1971). Este procedimiento requiere la identificación de los puntos de giro definidos como momentos en el tiempo en que algún indicador de la actividad económica cambia de dirección de positivo a negativo o viceversa.

Este algoritmo no impone ninguna estructura particular a los datos y sólo requiere establecer algunas restricciones: i) un ciclo económico completo (de pico a pico o valle a valle) debe durar al menos 15 meses, ii) cada fase del ciclo económico (de pico a valle o de valle a pico) debe durar al menos 5 meses, iii) los picos y valles deben alternarse y iv) los puntos de giro no podrán ubicarse en el primero o los dos últimos trimestres de una serie de tiempo. Para definir la duración promedio del ciclo económico en Costa Rica se utiliza la serie del IMAE para el periodo 1991-2016.

Dado que la aplicación del algoritmo requiere de la identificación previa de la brecha del producto, esto puede dar origen a un problema de circularidad en el  $\lambda$  óptimo si se usa un valor particular de lambda en la estimación de la brecha usada en la cuantificación de la duración del ciclo promedio. Para evitar este problema se utiliza un promedio móvil centrado de 13 meses.

El cuadro 10 del Anexo I muestra los resultados de aplicar la metodología de Bry y Boshan a la serie del IMAE para el periodo 1991-2016. De acuerdo con este cuadro en promedio un ciclo económico en Costa Rica tiene una duración de dos años y medio. Para la estimación del valor óptimo de lambda se opta por utilizar entonces una duración promedio de 3 años. El cuadro 6 muestra los valores óptimos de  $\lambda$  estimados con este método para diferentes duraciones del ciclo económico, desde 3 años hasta 8.

Como es de esperar, el valor óptimo de lambda con este método se incrementa con la duración promedio del ciclo económico. Para una duración promedio de 3 años los valores óptimos de lambda son bastante menores a los valores obtenidos con los otros métodos y a los valores estándar para el filtro HP para cada periodicidad.

Cuadro 6  
Valores óptimos de lambda: Método de filtrado óptimo de Pedersen (2001)

Duración promedio del ciclo	Periodicidad			
	Anual	Trimestral	Mensual	Imae
3	1	22	1337	1337
4	1	76	4586	4587
5	1	177	10179	10182
6	2	353	27575	27590
7	3	524	27575	27590
8	5	1340	102576	102676

Fuente: Elaboración propia.

## 5. Pronóstico de la inflación

En esta sección se presenta un ejercicio de pronóstico de la inflación con base en la estimación de una ecuación de Curva de Phillips en la que las presiones de demanda agregada se aproximan con la brecha del producto. Esta brecha corresponde a la que se estima con los 3 valores de lambda proporcionados por los tres métodos utilizados en la estimación de este parámetro: El método de Marcet y Ravn (2003)<sup>8</sup>, el método de filtro HP modificado de McDermott (1997) y el método de filtrado óptimo de Pedersen (2001). El objetivo por lo tanto, consiste en determinar si alguno de los valores de lambda provee estimaciones de la brecha del producto que posean mayor capacidad para predecir la inflación. La ecuación por estimar es la siguiente:

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1\pi_{t-1} + \beta_2\pi_{t-i}^* + \beta_3e_{t-i} + \beta_4\hat{y}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (10)$$

Donde:

$\pi$  = Tasa de inflación interanual con base en el Índice de Precios al Consumidor.

$\pi^*$  = Inflación interanual externa.

$e$  = Tasa de variación interanual del tipo de cambio nominal (promedio compra-venta).

$\hat{y}$  = Brecha del producto.

$\varepsilon$  = Término de error aleatorio.

Este ejercicio se realiza para datos en frecuencia trimestral y mensual. En el caso de la inflación externa ( $\pi^*$ ) esta se aproxima con base en cuatro indicadores distintos: El índice de precios de las materias primas del Fondo Monetario Internacional (FMI), la inflación de socios comerciales implícita en el cálculo del Índice de tipo de cambio efectivo real multilateral (ITCER) y los índices de materias primas energéticas y no energéticas del Banco Mundial. Estos dos últimos indicadores se incluyen de manera conjunta en las especificaciones a estimar.

<sup>8</sup> Se utiliza el valor de lambda dado por la metodología con  $W$  debido a que de acuerdo con los criterios utilizados en la sección 3.1, el valor de lambda obtenido con esta metodología tiene mejores propiedades que el valor dado por la metodología con  $V$ .

En total se estiman 9 ecuaciones distintas, dado que son 3 valores de lambda distintos y 3 indicadores de precios externos. Se realizan pronósticos pseudo-fuera de muestra a  $h=1$ , 2, 4 y 8 trimestres así como  $h=3$ , 6, 12 y 24 meses<sup>9</sup>. Estos pronósticos son recursivos, lo cual implica que  $h$  datos se van agregando al periodo de estimación hasta agotar la muestra. Los pronósticos se comparan con base en la raíz del error cuadrático medio (RECM)<sup>10</sup> y la prueba de capacidad predictiva de Diebold y Mariano (1995). Esta prueba tiene como hipótesis nula que la capacidad predictiva de dos modelos distintos es la misma, de modo que el rechazo de esta hipótesis permite establecer si alguno de los modelos provee pronósticos más precisos que los del modelo alternativo.

Todas las especificaciones estimadas poseen la misma longitud de rezagos para las variables explicativas, de modo que la única diferencia en la capacidad predictiva entre estas proviene del indicador de precios externos utilizado y del valor de lambda usado en la estimación de la brecha del producto. El cuadro 11 del Anexo I muestra la RECM para las distintas especificaciones para el ejercicio de pronóstico con datos trimestrales. Como se puede ver, este ejercicio se hizo para tres periodos distintos. El primero va del año 2005 hasta el 2016, el segundo elimina el periodo previo a la crisis financiera internacional, mientras que el tercero toma en cuenta los últimos cuatro años. Se incluye además los pronósticos obtenidos a partir de una caminata aleatoria. Adicionalmente, en color azul se resalta el dato con el menor valor para la RECM para cada horizonte de pronóstico.

Con base en el cuadro 11, se tiene que las proyecciones de la tasa de inflación más precisas a horizontes de 1, 2 y 4 trimestres se obtienen cuando el valor de lambda es 22, esto para el caso de los periodos 2005-2016 y 2009-2016. Este parece ser el caso independientemente de la serie de inflación externa que se utilice. Mientras que a un horizonte de 8 trimestres el valor de lambda con la mayor precisión de pronóstico es 135. Estos resultados cambian sustancialmente cuando se compara la precisión de los pronósticos en la muestra más reciente, en la cual el valor de lambda 1813 es el que tiende a proveer los pronósticos más precisos, al menos para los casos en que se utilizan los índices de precios de materias primas del FMI y los índices de precios de materias primas del Banco Mundial. Como puede verse, en los tres periodos de evaluación de los pronósticos, estos son más precisos cuando se utiliza la serie de precios de materias primas del FMI.

El cuadro 12 proporciona los resultados de la prueba de capacidad predictiva de Diebold y Mariano (1995). En este cuadro se muestra el número rechazos de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva, lo cual indica la cantidad de veces en las cuales cada una de las ecuaciones estimadas brindó pronósticos más precisos que las otras ecuaciones y la caminata aleatoria. Como se aprecia, los resultados de esta prueba están en línea con los del cuadro 11.

Cuando se examina la muestra total y el periodo 2009-2016 la ecuación que obtiene el mayor número de rechazos es la que se estima con el valor de lambda 135, la cual obtiene 22 y 20 rechazos, respectivamente. Sin embargo, en el periodo 2013-2016 es la ecuación que se estima con el valor de lambda 1813 la que obtiene la mayor cantidad de rechazos de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva. Por otra parte, se observa que los pronósticos de la caminata aleatoria no superan en capacidad predictiva a los de los

---

<sup>9</sup> Para las estimaciones mensuales se utiliza la brecha del producto con base en el PIB mensual.

<sup>10</sup> Conforme menor sea el valor de la RECM, esto indica una mayor precisión de los pronósticos.

modelos estimados a excepción de uno de estos a un horizonte de un trimestre, lo cual sucede en el periodo más reciente de evaluación.

El cuadro 13 muestra la RECM para los pronósticos mensuales. Como puede verse, para los periodos de pronóstico 2005-2016 y 2009-2016 no existe un patrón claro en términos de que alguno de los valores de lambda provea mejores pronósticos, aunque de los 8 menores valores de la RECM en estos dos periodos en 4 oportunidades el mayor valor de lambda (22204) provee los pronósticos más precisos. Para el periodo más reciente se observa que con este mismo valor se obtienen los pronósticos más precisos para horizontes hasta un año, mientras que para un horizonte a dos años el valor de lambda 1337 es el que brinda el pronóstico más preciso.

El cuadro 14 muestra los resultados de la prueba de Diebold y Mariano para las proyecciones mensuales. Cuando se utiliza el mayor valor  $\lambda$  (22204) y se hacen los pronósticos tomando como indicador externo de precios la serie de materias primas del FMI se obtiene el mayor número de rechazos de la hipótesis nula de igual precisión de los pronósticos para los periodos 2005-2016 y 2013-2016. Por su parte, al utilizar el menor valor de lambda (565) y la serie de inflación de socios comerciales se obtiene la mayor cantidad de rechazos de esta hipótesis.

De acuerdo con los resultados obtenidos en términos de la precisión de los pronósticos, con datos mensuales parece que utilizar el valor de lambda 22204 tiende a proveer pronósticos más precisos que los otros valores. Por otra parte, en el caso de datos trimestrales el valor de lambda 135 da mejores resultados para el periodo total y el periodo 2009-2016. No obstante, si se desea privilegiar el desempeño predictivo para un periodo más reciente, entonces los valores dados por el método de Marcet y Ravn (2003) pueden resultar más apropiados tanto para proyecciones con datos mensuales como trimestrales.

## **6. Identificación del componente cíclico y de tendencia con filtros univariados**

En esta sección se compara el componente de tendencia y la brecha del producto obtenida con los tres métodos utilizados con estos mismos componentes pero obtenidos a partir de una serie de filtros univariados, con esto se pretende evaluar su coherencia en relación con las características de estos componentes obtenidos con otros métodos. Este ejercicio se realiza para datos en periodicidad trimestral y mensual, dado que son las periodicidades más utilizadas. Los filtros utilizados son los siguientes: i) El filtro Baxter-King (BK), ii) El filtro Christiano-Fitzgerald (CF), iii) Un modelo de componentes no observables estimado mediante el filtro de Kalman, iv) El filtro L1, v) el filtro de Hamilton y vi) el filtro Butterworth (BW). El anexo II provee una breve descripción de los filtros utilizados<sup>11</sup>.

Los cuadros 7, 8 y 9 comparan la tasa de crecimiento promedio del PIB potencial (primera columna), la desviación estándar de la brecha del producto y su amplitud (diferencia entre su valor mínimo y máximo) de acuerdo con los diferentes filtros usados y las periodicidades de los datos. Como se aprecia, la tasa de crecimiento promedio del PIB potencial para el periodo 1991-2016 que se obtiene con los distintos filtros es muy similar, ubicándose en torno al 4,3%. Por su parte, la desviación estándar de la brecha del producto es de alrededor

---

<sup>11</sup> Para mayor detalle acerca de estos métodos se recomienda al lector consultar las referencias respectivas.

de 1,3 p.p. mientras que la amplitud de las brechas estimadas ronda los 7 p.p. No obstante, se observan diferencias sustanciales en estas dos métricas entre los distintos filtros, donde resaltan el filtro de Kalman y el filtro de Hamilton, los cuales producen brechas del producto con una variabilidad y amplitud bastante mayores a las del promedio.

Cuadro 7  
PIB trimestral

Filtro	Promedio	D. Estándar	Amplitud
HP <sup>22</sup>	4.39	0.41	2.70
HP <sup>135</sup>	4.38	0.77	4.19
HP <sup>1813</sup>	4.31	1.38	6.48
BK	4.36	1.32	6.26
CF	4.35	1.17	5.76
L1	4.31	1.56	7.04
Kalman	4.16	2.20	13.21
Hamilton	4.40	2.47	12.56
BW <sup>H</sup>	4.41	1.12	5.95
BW <sup>L</sup>	4.41	1.11	6.04
Promedio	4.35	1.35	7.02

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 8  
PIB mensual

Filtro	Promedio	D. Estándar	Amplitud
HP <sup>565</sup>	4.36	0.39	2.17
HP <sup>1337</sup>	4.36	0.52	2.92
HP <sup>22204</sup>	4.36	1.10	5.11
BK	4.26	1.45	7.44
CF	4.27	1.37	6.74
L1	4.33	1.52	6.96
Kalman	4.43	1.14	7.16
Hamilton	4.15	3.06	13.81
BW <sup>H</sup>	4.35	1.27	5.91
BW <sup>L</sup>	4.35	1.25	5.68
Promedio	4.32	1.31	6.39

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 9  
IMAE

Filtro	Promedio	D. Estándar	Amplitud
HP <sup>1053</sup>	4.53	0.58	3.96
HP <sup>1337</sup>	4.53	0.60	4.11
HP <sup>26388</sup>	4.47	1.14	6.42
BK	4.40	1.37	6.67
CF	4.41	1.29	6.14
L1	4.41	1.62	8.87
Kalman	4.34	1.80	10.64
Hamilton	4.39	2.73	12.94
BW <sup>H</sup>	4.45	1.31	6.77
BW <sup>L</sup>	4.45	1.20	5.81
Promedio	4.44	1.36	7.23

Fuente: Elaboración propia.

En lo que respecta al desempeño del filtro HP con base en los diferentes valores de  $\lambda$  usados, puede verse que los valores más altos (aquellos indicados por el método de Marcet y Ravn) producen brechas con una variabilidad y amplitud que se acerca más al promedio en comparación con los valores que se obtienen como resultado de los otros dos métodos, los cuales producen brechas con una variabilidad y amplitud mucho menores. Por lo tanto, las brechas estimadas para las diferentes periodicidades a partir de los valores de  $\lambda$  sugeridos por el método de Marcet y Ravn con base en la metodología con  $W$  parecen ser más apropiados en tanto se asemejan más a las que se estiman con los otros filtros. La utilización de menores valores de  $\lambda$ , produciría entonces brechas muy pequeñas que contrastan con lo que la mayor parte de los filtros univariados sugieren acerca de la variación y amplitud de la brecha del producto en Costa Rica.

Las figuras 4, 5 y 6 del Anexo I comparan la brecha del producto obtenida con el filtro HP con base en los valores sugeridos por el método de Marcet y Ravn para datos trimestrales, mensuales y el IMAE, con las brechas que se obtienen a partir de los demás filtros univariados. Como se aprecia, en general el tamaño de las brechas del producto con base en el filtro HP es bastante similar al que se observa en las brechas estimadas con los demás filtros. Por lo tanto, si se compara gráficamente las brechas estimadas con valores menores de  $\lambda$  como los indicados por el método de filtro HP modificado de McDermott o el método de filtrado óptimo de Pedersen, se tendría que estas brechas serían bastante menores en comparación con las que resultan de los demás filtros univariados.

Se observan diferencias notorias con respecto al filtro HP para el caso del filtro de Kalman principalmente al inicio de la muestra y para el caso del filtro de Hamilton, el cual produce brechas con una amplitud muy superior a la de los demás métodos. Este último método produce para el caso de datos trimestrales, amplios movimientos erráticos durante los años 2010 y 2013 que no se observan en las brechas estimadas con los restantes métodos.

En relación con el filtro HP, se observan algunos aspectos interesantes respecto a las estimaciones con el resto de filtros univariados. En primer lugar, los filtros de banda de paso [BK, CF y BW (band-pass)] proveen una estimación muy similar en la cual los movimientos de la actividad económica de muy corto plazo no están presentes, por lo que muestran una evolución cíclica de la economía más suave. Esto último, puede ser una ventaja de estos métodos en relación con el filtro HP en términos de pronóstico. Asimismo, dada la similitud entre las brechas estimadas con los filtros BK y CF puede ser preferible este último en tanto su estimación no implica la pérdida de información tanto al inicio como al final de la muestra. Por otra parte, el filtro BW (high-pass) produce una estimación muy similar al filtro HP, aunque se observa una diferencia sustancial entre las brechas estimadas con ambos métodos entre los años 1991 y 1993 para el caso de datos trimestrales.

## 7. Comentarios finales

Este trabajo actualiza la estimación del parámetro de suavizamiento asociado al filtro HP para las series de producción de Costa Rica que realizaron Segura y Vásquez (2011) con base en el método desarrollado por Marcet y Ravn (2003). Al igual que en el ejercicio de Segura y Vásquez, en esta oportunidad los valores de  $\lambda$  indicados por la metodología con  $W$  demostraron proveer brechas del producto con mejores propiedades que los valores de la metodología con  $V$ .

Con el fin de obtener estimaciones alternativas del parámetro  $\lambda$  los métodos de filtro HP modificado de McDermott (1997) y el método de filtrado óptimo de Pedersen (2002) fueron aplicados. Los valores de  $\lambda$  que resultan de aplicar estos dos métodos son bastante menores que los que se obtienen con el método de Marcet y Ravn, lo que causa que las brechas del producto estimadas con estos dos métodos muestren una variabilidad y amplitud bastante menor que las brechas estimadas con el primer método.

Al comparar las brechas del producto a las diferentes periodicidades con las que resultan de aplicar una serie de filtros univariados, se observa que las brechas del producto

estimadas con el método de Marcet y Ravn guardan mayor correspondencia con las brechas obtenidas a partir de los filtros univariados en términos de su variabilidad y amplitud. Un ejercicio adicional consiste en comparar el desempeño predictivo de las brechas del producto obtenidas con los diferentes valores de lambda. Para esto se estiman ecuaciones de Curva de Phillips en las que las presiones de demanda se aproximan con la brecha del producto. El resultado de este ejercicio indica que si se desea privilegiar el desempeño predictivo en el periodo de evaluación más reciente, entonces las brechas del producto obtenidas con los valores del lambda sugeridos por el método de Marcet y Ravn deben ser utilizados. Estos valores son 26, 1800, 22200 y 26400 para las series de PIB anual, trimestral, mensual y el IMAE, respectivamente<sup>12</sup>.

## 8. Referencias bibliográficas

- Aguiar, Mark y Gopinath, Gita (2007). *"Emerging Market Business Cycles: The Cycle is the Trend,"* Scholarly Articles 11988098, Harvard University Department of Economics.
- Baxter, Marianne y King, Robert (1999). *"Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters For Economic Time Series,"* The Review of Economics and Statistics, MIT Press, vol. 81(4), pages 575-593, November.
- Bry, Gerhard y Boschan, Charlotte (1971). *"Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs,"* National Bureau of Economic Research, Inc.
- Burns, Arthur F. y Mitchell, Wesley (1946). *"Measuring Business Cycles"*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Canova, Fabio (1998) *"Detrending and business cycle facts,"* Journal of Monetary Economics, Elsevier, vol. 41(3), pages 475-512, May.
- Choudhary, Ali; Hanif, Nadim y Iqbal, Javed (2013). *"On smoothing macroeconomic time series using HP and modified HP filter,"* MPRA Paper 45630, University Library of Munich, Germany.
- Christiano, Lawrence y Fitzgerald, Terry (2003). *"The Band Pass Filter,"* International Economic Review, Department of Economics, University of Pennsylvania and Osaka University Institute of Social and Economic Research Association, vol. 44(2), pages 435-465, 05.
- Cogley, Timothy y Nason, James (1995). *"Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series: Implications for Business Cycle Research,"* Journal of Economic Dynamics and Control, 19(1-2): 253-278.
- Consejo Monetario Centroamericano (2004). *"Extracción de señales en series de alta frecuencia: caso del IMAE"*.

---

<sup>12</sup> Para mayor facilidad en su uso, estos valores se pueden redondear a la decena y centena más cercana sin generar cambios sustanciales al aplicar el filtro HP.

- Craven, P. y Wahba, G. (1979). "Smoothing noisy data with spline functions: Estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized cross-validation," *Numerische Mathematik*, 31, 377-403.
- Diebold, Francis y Mariano, Roberto (1995). "Comparing predictive accuracy." *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 253-63.
- Du Toit, Leon (2008). "Optimal HP filtering for South Africa," Stellenbosch Economic Working Papers: 07/08. University of Stellenbosch.
- Hamilton, James (2017). "Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter," NBER Working Papers 23429, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Harvey, Andrew y Jaeger, Albert (1993). "Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle," *Journal of Applied Econometrics*, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 8(3), pages 231-247, July-Sept.
- Hodrick, Robert y Prescott, Edward C (1981). "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation," working paper, Northwestern University.
- Hodrick, Robert y Edward C. Prescott (1997). "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1): 1-16.
- Kaiser, Regina y Maravall, Agustín (1999). "Estimation of the Business Cycle: a Modified Hodrick-Prescott Filter," Working Papers 9912, Banco de España Working Papers Homepage.
- Kim, S; Koh, K; Boyd, S y Gorinevsky, D (2009). "L1 Trend Filtering," *SIAM Review*, problems and techniques section, 51(2):339-360, May 2009.
- King, Robert y Rebelo, Sergio (1993). "Low frequency filtering and real business cycles," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, vol. 17(1-2), pages 207-231.
- Maravall, Agustín y del Río, Ana (2001). "Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter," Working Papers 0108, Banco de España Working Papers Homepage.
- Marcet, Albert y Ravn, Morten O (2003). "The HP-Filter in Cross-Country Comparisons," Working Papers 32, Barcelona Graduate School of Economics.
- McDermott, John (1997). "An Automatic Method for Choosing the Smoothing Parameter in the HP Filter," unpublished, International Monetary Fund (June 1997).
- Pedersen, Torben (2001). "The Hodrick-Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effect of filters," *Journal of Economic Dynamics and Control*. 25. 1081-1101.
- Pedersen, Torben (2002). "Spectral Analysis, Business Cycles, and Filtering of Economic Time Series; With MATLAB Applications", Institute of Economics, University of Copenhagen & Ministry of Economic and Business Affairs. PhD Thesis, Unpublished Manuscript.
- Pollock, D (2000). "Trend estimation and de-trending via rational square-wave filters," *Journal of Econometrics* 99 (2000) 317-334.



- Rand, John y Tarp, Finn (2002). "*Business Cycles in Developing Countries: Are They Different?*," *World Development*, Elsevier, vol. 30(12), pages 2071-2088, December.
- Segura, Carlos y Vásquez, José Pablo (2011). "*Estimación del parámetro de suavizamiento del filtro Hodrick-Prescott para Costa Rica*," Documento de Investigación DEC-DIE-DT-006-2011. Departamento de Investigación Económica. Banco Central de Costa Rica.
- Silverman, B. W (1984). "*A Fast and Efficient Cross- Validation Method for Smoothing Parameter Choice in Spline Regression*," *Journal of the American Statistical Association*, 79, 387, 584-589.

## Anexo I. Cuadros y gráficos

Cuadro 10  
Duración de los ciclos económicos en la economía costarricense

Fecha del pico	Duración pico a pico	Duración valle a pico	Fecha del valle	Duración valle a valle	Duración pico a valle
1992:08			1993:12		16
1995:03	31	15	1996:05	29	14
1997:12	33	19	1998:06	25	6
2000:04	28	22	2000:09	27	5
2001:09	17	12	2006:06	69	57
2006:11	62	5	2007:10	16	11
2008:03	16	5	2009:02	16	11
2010:03	24	13	2010:12	22	9
2012:02	23	14	2014:06	42	28
2015:07	41	13			
Promedio	30.6	13.1		30.8	17.4
Promedio (años)	2.5	1.1		2.6	1.5

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 11  
Raíz del error cuadrático medio. Pronósticos trimestrales

<b>2005-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	1.37	0.93	0.94	1.04	1.07	1.09	1.21	1.01	1.08	1.18
2	2.68	1.05	1.10	1.28	1.35	1.41	1.62	1.32	1.47	1.64
4	3.51	1.54	1.61	1.93	2.02	2.15	2.48	1.87	2.20	2.59
8	4.80	1.81	1.51	1.66	2.21	2.25	2.31	2.55	2.84	3.25
<b>2009-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	1.47	0.94	0.98	1.07	0.94	0.97	1.06	1.08	1.13	1.20
2	2.87	1.11	1.20	1.38	1.14	1.25	1.43	1.46	1.57	1.72
4	3.57	1.66	1.79	2.10	1.71	1.94	2.24	2.10	2.41	2.75
8	5.37	2.00	1.62	1.79	2.04	1.96	2.04	2.94	3.03	3.48
<b>2013-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	1.11	0.92	0.87	0.86	0.99	0.91	0.94	1.17	1.09	1.01
2	2.16	1.11	1.01	1.00	1.23	1.11	1.17	1.55	1.43	1.30
4	2.36	1.64	1.44	1.35	1.89	1.71	1.78	2.27	2.12	1.92
8	5.33	1.94	1.59	1.28	2.34	2.07	1.87	3.40	3.33	3.11

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 12

Prueba de Diebold y Mariano (1995): Número de rechazos de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva. Datos trimestrales

2005-2016										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	0	3	4	1	2	2	1	2	1	1
2	0	6	5	3	2	2	1	2	1	1
4	0	5	6	3	2	2	1	4	1	1
8	0	6	7	6	3	3	3	3	2	1
Total	0	20	22	13	9	9	6	11	5	4

2009-2016										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	0	3	2	1	3	3	1	1	1	1
2	0	5	5	2	5	4	1	1	1	1
4	0	5	5	2	5	4	1	2	1	1
8	0	4	8	5	4	4	4	2	2	1
Total	0	17	20	10	17	15	7	6	5	4

2013-2016										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$	$\lambda=22$	$\lambda=135$	$\lambda=1813$
1	1	3	3	3	2	4	2	0	2	3
2	0	4	4	4	2	5	3	1	2	3
4	0	5	6	6	3	5	4	1	2	3
8	0	6	8	9	4	5	6	1	1	3
Total	0	18	21	22	11	19	15	3	7	12

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 13**  
**Raíz del error cuadrático medio. Pronósticos mensuales**

<b>2005-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	1.81	0.88	0.91	0.80	0.86	0.91	0.82	0.92	0.93	0.92
6	2.89	1.22	1.30	1.07	1.18	1.29	1.11	1.32	1.35	1.29
12	3.71	1.94	2.05	1.98	1.87	2.12	1.92	2.00	2.06	2.23
24	4.97	3.56	3.93	2.68	3.02	3.42	2.38	3.17	3.36	3.57
<b>2009-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	1.92	0.91	0.91	0.84	0.80	0.83	0.82	0.98	0.97	1.01
6	3.04	1.24	1.25	1.15	1.04	1.07	1.12	1.41	1.37	1.46
12	3.80	2.18	2.13	2.24	1.84	1.83	2.07	2.27	2.20	2.57
24	5.56	3.86	4.03	3.05	2.69	2.65	2.22	3.53	3.53	3.90
<b>2013-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	1.39	0.75	0.78	0.73	0.75	0.82	0.75	0.94	0.92	0.93
6	2.34	0.82	0.88	0.77	0.85	0.96	0.82	1.31	1.27	1.23
12	2.58	0.90	1.04	0.81	1.06	1.28	1.03	1.97	1.90	1.86
24	5.38	1.17	1.16	1.54	1.27	1.53	1.25	3.04	2.96	3.10

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 14  
Prueba de Diebold y Mariano (1995): Número de rechazos de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva. Datos mensuales

<b>2005-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	0	1	1	5	1	1	3	1	1	1
6	0	2	1	5	4	1	5	1	1	1
12	0	2	1	2	3	1	2	1	1	1
24	0	2	2	7	6	1	8	5	2	1
Total	0	7	5	19	14	4	18	8	5	4

<b>2009-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	0	2	2	5	7	6	4	1	1	1
6	0	3	3	3	6	4	4	1	2	1
12	0	2	2	2	8	6	2	3	2	1
24	0	1	2	6	7	7	9	2	3	1
Total	0	8	9	16	28	23	19	7	8	4

<b>2013-2016</b>										
h	RW	Precios de materias primas (FMI)			Inflación de socios comerciales			Precios de materias primas (Banco Mundial)		
		$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$	$\lambda=565$	$\lambda=1337$	$\lambda=22204$
3	0	5	5	8	5	4	5	1	1	1
6	0	6	5	8	5	4	7	1	2	2
12	0	8	5	8	5	4	5	1	2	1
24	0	6	6	4	6	4	6	1	3	1
Total	0	25	21	28	21	16	23	4	8	5

Fuente: Elaboración propia.

Figura 4  
Brecha del producto: PIB trimestral

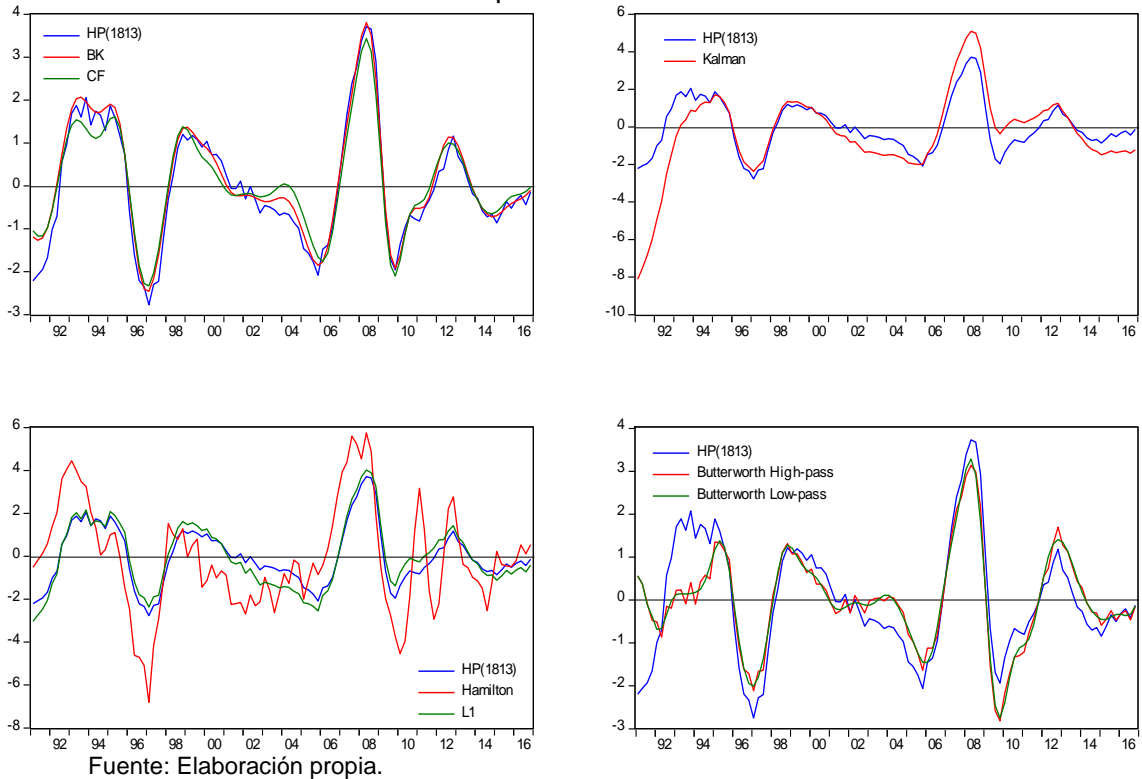


Figura 5  
Brecha del producto: PIB mensual

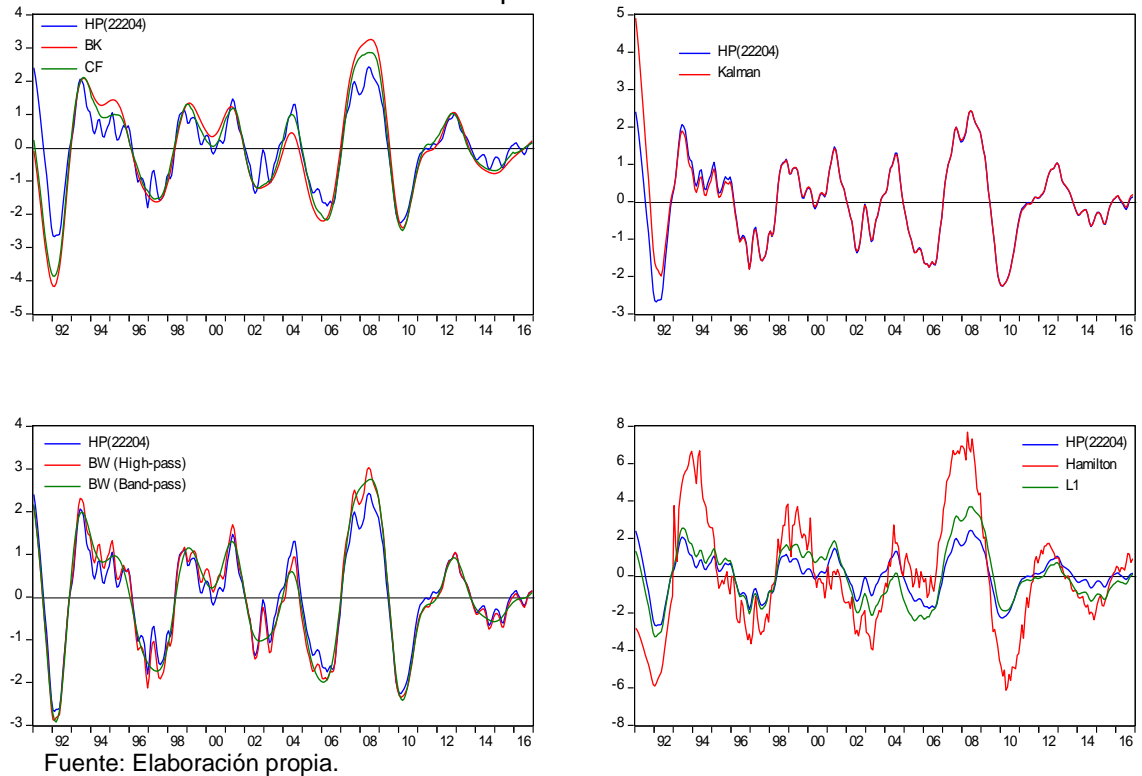
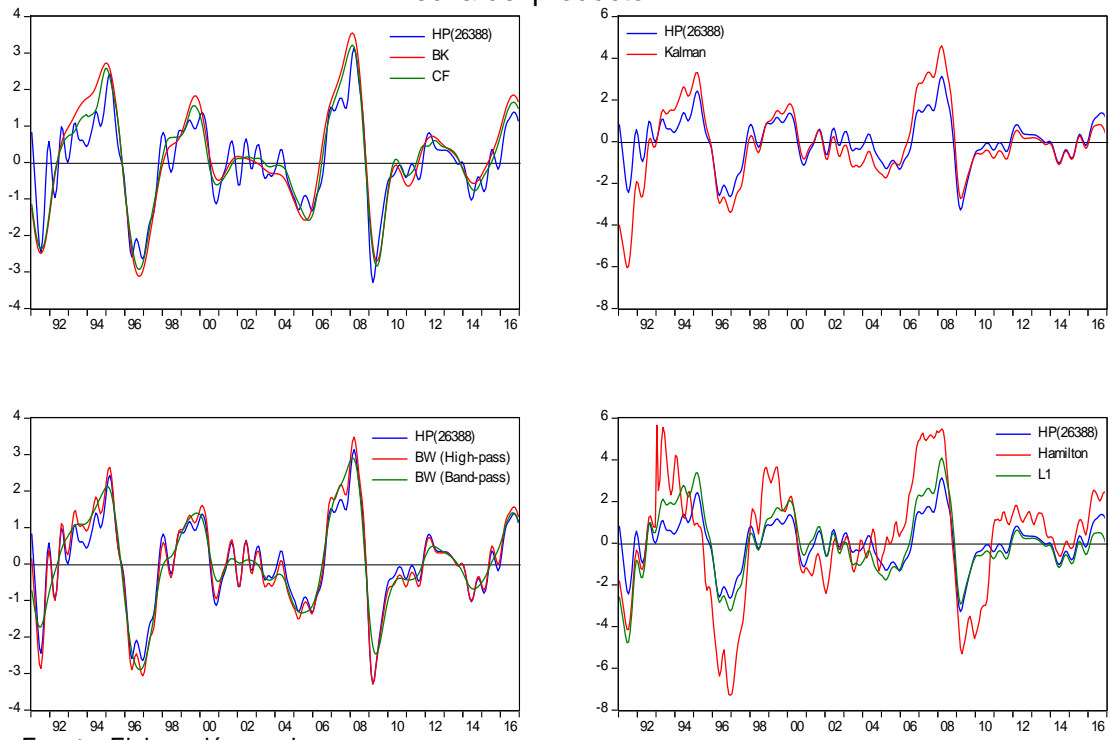


Figura 6  
Brecha del producto: IMAE



Fuente: Elaboración propia.

## Anexo II. Descripción de los filtros univariados

Este anexo proporciona una breve descripción de los filtros utilizados en la sección 6. Para un mayor detalle se sugiere consultar las referencias.

**Filtro Baxter-King (BK).** Este filtro propuesto por Baxter y King (1999) es un filtro de banda de paso (*band-pass*) el cual separa el componente cíclico especificando un rango para su duración. Este filtro consiste en un promedio móvil ponderado de dos colas donde los ciclos dentro de la banda son extraídos mientras que los ciclos restantes son eliminados. El componente cíclico está dado por la siguiente expresión:

$$c_{BK} = \sum_{j=-q}^{+q} \hat{b}_j y_{t-j} \quad (A.1)$$

En la expresión anterior  $q$  corresponde al orden del promedio móvil y el parámetro  $\hat{b}_j$  son los coeficientes ideales, definidos como:

$$\sum_{j=-q}^{+q} \hat{b}_j = 0 \quad \hat{b}_j = b_j - \bar{b}_q \quad \bar{b}_q = (2q + 1)^{-1} \sum_{j=-q}^q b_j$$

Básicamente, el filtro BK es un promedio móvil simétrico donde los ponderadores en los adelantos y rezagos son iguales. Sin embargo, una desventaja de este filtro es que elimina  $q$  datos al inicio y al final de la serie. De este modo, surge una disyuntiva dado que conforme se incrementa  $q$  el filtro se asemeja más al filtro ideal, sin embargo, al aumentar el orden del filtro se pierden observaciones. Para aplicar el filtro es necesario definir rango de duración del componente cíclico, el cual usualmente se sitúa entre 1,5 y 8 años.

**Filtro Christiano-Fitzgerald (CF).** Al igual que el filtro BK este filtro propuesto por Christiano y Fitzgerald (2003) es un filtro de banda de paso. Estos autores suponen que los datos son una caminata aleatoria y encuentran que, en comparación con el filtro BK, el filtro CF tiene un mejor desempeño en términos de la aproximación a un filtro ideal<sup>13</sup> si la serie en consideración se asemeja a una caminata aleatoria o una caminata aleatoria con intercepto. La fórmula del filtro CF está dada por la siguiente expresión:

$$c_{CF} = b_0 y_t + \sum_{j=1}^{T-t-1} b_j y_{t+j} + \tilde{b}_{T-t} y_t + \sum_{j=1}^{t-2} b_j y_{t-j} + \tilde{b}_{T-1} y_1 \quad (A.2)$$

para  $t = 3, 4, \dots, T - 2$ .

donde:

$$b_0 = \frac{b - a}{\pi}, \quad a = \frac{2\pi}{p_h}, \quad b = \frac{2\pi}{p_l} \quad b_j = \frac{\text{sen}(jb) - \text{sen}(ja)}{\pi j}, j \geq 1$$

<sup>13</sup> También encuentran que su filtro tiene mejor desempeño hacia el final de la muestra en comparación con el filtro HP.



$$\tilde{b}_{T-t} = -\frac{1}{2}b_0 - \sum_{j=1}^{T-t-1} b_j \quad \tilde{b}_{T-1} = -\frac{1}{2}b_0 - \sum_{j=1}^{t-2} b_j$$

En las expresiones anteriores,  $p_h$  y  $p_l$  corresponden a los valores límites del rango definido para la duración del ciclo económico (1,5 y 8 años).

**Modelo de componentes no observables.** El modelo estimado es el siguiente:

$$\begin{aligned} y_t &= y_t^p + y_t^c \\ y_t^p &= \bar{\mu} + y_{t-1}^p \\ \hat{y}_t &= \rho_1 \hat{y}_{t-1} + \rho_2 \hat{y}_{t-2} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (A.3)$$

En el modelo anterior el producto  $y_t$  es la suma del producto potencial ( $y_t^p$ ) y el componente cíclico ( $y_t^c$ ). Además, el producto potencial sigue una caminata aleatoria donde  $\bar{\mu}$  es la tasa de crecimiento del producto potencial. Por su parte, el componente cíclico sigue un proceso AR(2). Por último,  $\varepsilon_t$  es un término de error aleatorio distribuido normalmente. Una representación estado-espacio del sistema anterior es estimada mediante el filtro de Kalman.

**Filtro L1.** Este filtro propuesto por Kim et al. (2009) es una variante del filtro HP el cual sustituye la suma de cuadrados de la segunda diferencia de la tendencia del producto por los valores absolutos de modo que tiene la siguiente expresión:

$$c^{L1} = (1/2) \sum_{t=1}^n (y_t - y_t^T)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{n-1} |y_{t-1}^T - 2y_t^T + y_{t+1}^T| \quad (A.4)$$

Este método produce varias tendencias lineales de acuerdo con las diferentes pendientes detectadas en la muestra. Los autores sugieren que los diferentes quiebres y cambios en la pendiente pueden interpretarse como cambios en la dinámica subyacente de las series. Para cada serie existe un valor máximo del parámetro lambda que produce una tendencia lineal.

**Filtro de Hamilton.** Hamilton (2016) propone una alternativa al filtro HP que según el autor supera la mayor parte de las principales críticas que se le han formulado a este filtro. El autor sugiere que la tendencia de una serie de tiempo corresponda al pronóstico de esa serie utilizando información de ella misma de los dos últimos años. Por lo tanto, propone estimar la siguiente ecuación:

$$y_{t+h} = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \alpha_2 y_{t-1} + \alpha_3 y_{t-2} + \alpha_4 y_{t-3} + \varepsilon_t \quad (A.5)$$

En la expresión anterior,  $\varepsilon_t$  correspondería entonces al componente cíclico. De acuerdo con Hamilton, estimar la tendencia de esta manera tiene varias ventajas. En primer lugar, menciona que el error de pronóstico es estacionario para una gran variedad de procesos no estacionarios. En segundo lugar, argumenta que el único motivo por el cual se cometerían errores al pronosticar la mayor parte de series macroeconómicas y financieras

a un horizonte de 2 años es por factores cíclicos como recesiones. Por otra parte, el componente cíclico estimado de esta manera elimina el problema de los ciclos espurios y las correlaciones espurias entre las variables. Por último, otra de las ventajas que Hamilton añade a su método es que este no impone ninguna estructura o supuesto a los datos por lo que la tendencia estimada representa al proceso generador de datos subyacente en estos.

**Filtro Butterworth (BW).** Al igual que el filtro HP, este es un filtro de paso alto (*high-pass*) aunque se puede aplicar una versión *low-pass* al componente cíclico obtenido en una primera etapa para así obtener como resultado una brecha que elimina los componentes de más alta frecuencia, de modo similar a como lo hace un filtro *band-pass*. Pollock (2000) demostró que este filtro puede derivarse a partir de un conjunto de axiomas acerca de propiedades deseables que debería cumplir un filtro. En particular, este filtro cumple con las propiedades de simetría y neutralidad de la fase<sup>14</sup>. Las fórmulas para calcular el filtro BW en sus versiones *high-pass* y *low-pass* son las siguientes:

$$\psi_H(z) = \frac{\lambda(1-z)^n(1-z^{-1})^n}{(1+z)^n(1+z^{-1})^n + \lambda(1-z)^n(1-z^{-1})^n} \quad (A.6)$$

$$\psi_L(z) = \frac{(1+z)^n(1+z^{-1})^n}{(1+z)^n(1+z^{-1})^n + \lambda(1-z)^n(1-z^{-1})^n} \quad (A.7)$$

En las expresiones A.6 y A.7  $z$  es el operador de rezagos. De acuerdo con estas fórmulas el filtro BW tiene dos parámetros. Por un lado está  $\lambda$ , el cual establece el límite o el punto a partir del cual la función de ganancia empieza a filtrar los ciclos mayor periodicidad. Por su parte  $n$  indica el orden del filtro, el cual indica la pendiente de la función de ganancia para un periodo dado de duración del ciclo. Gómez (1999) sostiene que la flexibilidad que permite este filtro de acuerdo con el parámetro adicional hace al filtro BW una alternativa superior al filtro HP para separar el componente cíclico y de tendencia.

---

<sup>14</sup> Un filtro neutral no cambia la señal extraída hacia atrás o adelante en el tiempo.