



NOTA TÉCNICA
N.º 018 | 2009

***Procedimiento para la aplicación de pruebas
de raíz unitaria***

Desirée Castrillo Rojas
Adolfo Rodríguez Vargas

Fotografía de portada: "Presentes", conjunto escultórico en bronce, año 1983, del artista costarricense Fernando Calvo Sánchez. Colección del Banco Central de Costa Rica.

Procedimiento para la aplicación de pruebas de raíz unitaria

Desirée Castrillo Rojas*, Adolfo Rodríguez Vargas†,

Las ideas expresadas en este documento son de los autores y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica.

Resumen

El objetivo de este informe técnico es realizar una evaluación del desempeño de varias pruebas de raíz unitaria, mediante simulaciones de Monte Carlo, con el fin de proponer un protocolo de prueba y conclusión para uso interno en el DIE. El resto del informe se organiza de la siguiente manera: en la segunda sección se explican los aspectos metodológicos de las simulaciones realizadas, en la tercera sección se exponen los resultados de las mismas y se formula un protocolo de aplicación de las pruebas, y en la última sección se realizan comentarios conclusivos.

Palabras clave: Prueba de raíz unitaria, Simulaciones de Monte Carlo.

Clasificación JEL: C12, C63.

* Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. castrillord@bccr.fi.cr

† Departamento de Investigación Económica. División Económica, BCCR. rodriguezva@bccr.fi.cr

Procedure for the Application of Unit Root Tests

Desirée Castrillo Rojas[‡], Adolfo Rodríguez Vargas[§]

The ideas expressed in this paper are those of the authors and not necessarily represent the view of the Central Bank of Costa Rica.

Key words: Unit root test, Monte Carlo simulations.

JEL codes: C12, C63.

[‡] Department of Economic Research. Email address. castrillord@bccr.fi.cr

[§] Department of Economic Research. Email address rodriguezva@bccr.fi.cr

Contenido

1	Introducción	1
2	Metodología.....	2
3	Resultados.....	5
4	Comentarios finales	10
5	Bibliografía	12
6	Anexos.....	13

1 Introducción

El estudio de Nelson y Plosser (1982), en el que se argumenta que choques actuales tienen un efecto permanente en el nivel de largo plazo de la mayoría de series macroeconómicas y financieras, contribuyó en gran medida a fomentar el debate sobre las implicaciones de la existencia de raíces unitarias en series económicas. Su presencia puede llevar a problemas de inferencia, en el tanto una regresión para dos variables económicas completamente independientes puede resultar en una asociación significativa entre ellas, debido al hecho de que ambas poseen una tendencia. En econometría a estos casos se les llama *regresiones espurias*. Para evitar este problema es necesario conocer de antemano el grado de integración de las series. Como consecuencia, una vertiente importante de estudio se ha ocupado de desarrollar y evaluar métodos de prueba para determinar la presencia de raíces unitarias.

Las primeras pruebas de raíz unitaria desarrolladas, como las de Dickey y Fuller (1979, 1981) y Phillips-Perron (1988), se basan en una hipótesis nula que no considera cambios estructurales en la serie de tiempo en estudio. Perron (1989) inaugura la literatura de pruebas de raíz unitaria con cambio estructural al desarrollar una versión modificada de la prueba Dickey-Fuller, que incluye un quiebre estructural exógeno, es decir, conocido a priori. Trabajos posteriores modificaron ese procedimiento para estimar endógenamente el punto de quiebre (T_B). Actualmente, las pruebas de raíz unitaria que permiten la estimación endógena del punto de quiebre son frecuentemente utilizadas, por ejemplo la prueba de *t mínimo* desarrollada por Zivot y Andrews (1992), la prueba de Perron (1997) o las pruebas de Lee y Strazicich (2003, 2004)¹.

Así pues, la variedad disponible de pruebas de raíz unitaria implica que el investigador ha de seleccionar las que considera más apropiadas para las series con las que se trabaja. En la práctica, la decisión de cuáles pruebas de raíz unitaria utilizar debería depender en buena medida del criterio técnico basado en conocimiento previo sobre las series de tiempo en estudio, por ejemplo, conocimiento sobre la existencia de eventos que sugieran la presencia de cambios estructurales. No existe una forma general de decidir cuándo una prueba es más adecuada que otra, sino que debe tomarse en cuenta los alcances y limitaciones de la prueba, y las características de la serie en cuestión.

Tomando en cuenta estas consideraciones, a nivel del Departamento de Investigación Económica (DIE) del Banco Central de Costa Rica se desea que la aplicación de las diferentes pruebas de raíz unitaria se lleve a cabo de la forma más sistemática posible, con el fin de uniformar los métodos de prueba y los criterios de decisión utilizados por sus investigadores. Es deseable, en resumen, que las conclusiones de las pruebas realizadas sean lo más consistentes posible.

Con ese fin, el objetivo de este informe técnico es realizar una evaluación del desempeño de varias pruebas de raíz unitaria, mediante simulaciones de Monte Carlo, con el fin de proponer un protocolo de prueba y conclusión para uso interno en el DIE. El resto del informe se organiza de la siguiente manera:

¹ El Anexo 1 resume las hipótesis nulas y alternativas de algunas de las pruebas de raíz unitaria más utilizadas.

en la segunda sección se explican los aspectos metodológicos de las simulaciones realizadas, en la tercera sección se exponen los resultados de las mismas y se formula un protocolo de aplicación de las pruebas, y en la última sección se realizan comentarios conclusivos.

2 Metodología

La idea básica del ejercicio fue evaluar el desempeño de varias pruebas de raíz unitaria mediante simulaciones de Monte Carlo, a partir de las cuales se aproximó la potencia y la probabilidad de ocurrencia del error tipo I para cada prueba. El primero de estos conceptos se refiere a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa, mientras que el segundo consiste en la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. Por consiguiente, en general se desea que la potencia de la prueba sea alta y que la probabilidad de ocurrencia del error tipo I sea baja. Adicionalmente, se evaluó la exactitud con que las pruebas que incluyen cambio estructural estiman la fecha de ocurrencia de los quiebres.

Las pruebas incluidas en las simulaciones fueron: Dickey-Fuller Aumentada (ADF), Phillips-Perron (PP), Zivot-Andrews (ZA) y Lee y Strazicich con dos cambios estructurales (LS2). Para cada prueba el procedimiento general que se siguió fue el siguiente:

- a- Se construyeron series de datos artificiales con características definidas a priori: estacionarias o con raíz unitaria, con cambio estructural o sin él.
- b- Se aplicó la prueba de raíz unitaria en estudio.
- c- Se repitió este proceso un número considerable de veces y, a partir de los resultados de las pruebas para todas las iteraciones, se calculó la frecuencia relativa de rechazo de la hipótesis nula, y en los casos que aplicase, la frecuencia relativa de acierto en la estimación de la fecha de cambio estructural.

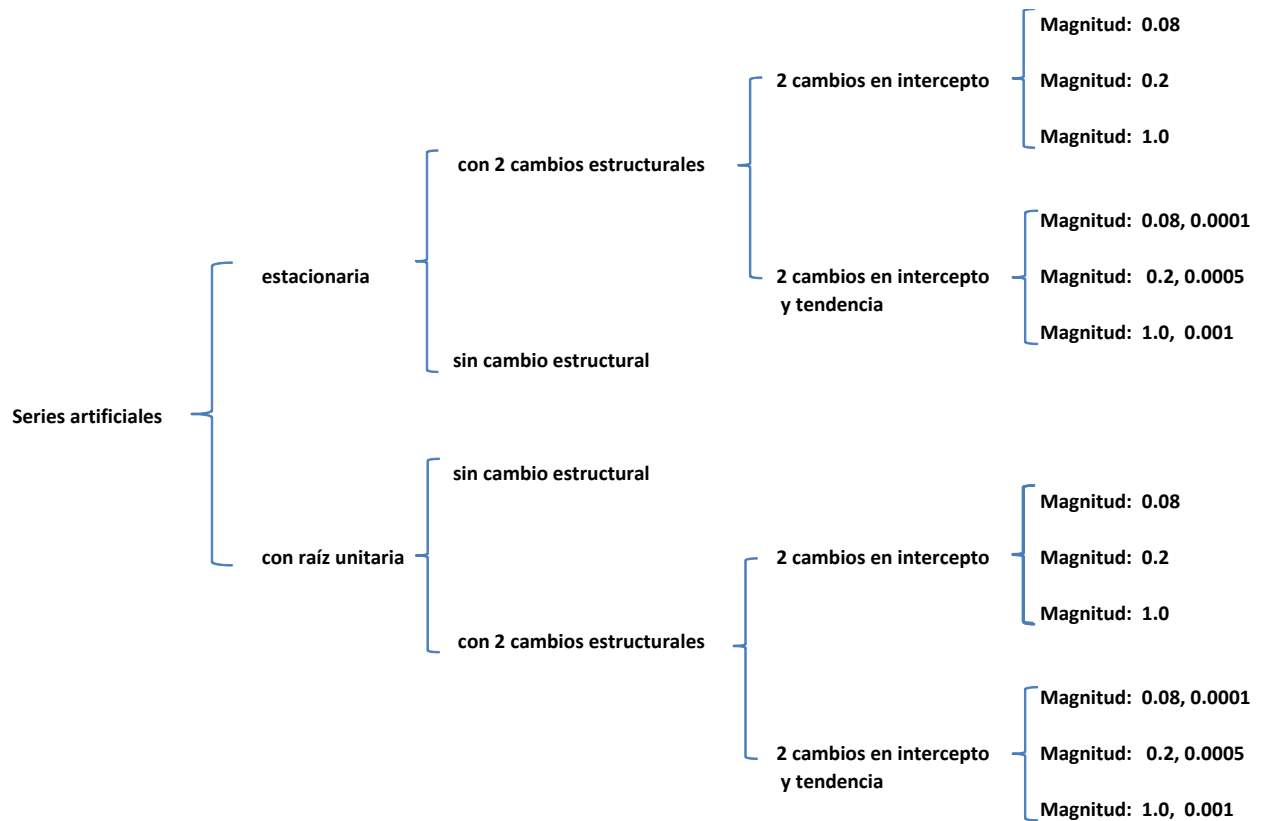
En particular, se aplicó el procedimiento anterior para cada uno de los casos ilustrados en la Figura 1. Se generaron series estacionarias y series con raíz unitaria. Cada uno de estos tipos de serie podía incluir cambio estructural o no incluirlo. En el primer caso, se decidió incluir 2 cambios estructurales en cada serie, a fin de realizar la evaluación en el caso más general posible dentro del espectro de posibilidades que consideran las pruebas (en este caso, los 2 quiebres estructurales de la prueba LS2).

Una dimensión adicional que se introdujo en las series es el tipo de quiebre estructural. Las pruebas de raíz unitaria con cambio estructural (ZA, PP, LS2) usualmente consideran dos modelos alternativos de quiebre: uno en el que el nivel (intercepto) cambia y otro en el que el intercepto y la tendencia varían simultáneamente. Para este ejercicio se considerarán ambos casos y se asumirán 2 cambios en nivel y 2 en nivel y tendencia.

Adicionalmente, como es común en este tipo de evaluaciones de pruebas, se incluyeron cambios estructurales de magnitudes distintas, con el fin de verificar la sensibilidad de las conclusiones al tamaño de los quiebres. En este caso, se utilizaron 3 magnitudes distintas de quiebre estructural.

En resumen, como puede apreciarse en la Figura 1, para cada prueba de raíz unitaria se realizaron simulaciones para 14 posibles tipos de series artificiales.

Figura 1
Series de datos artificiales usadas en las simulaciones



Cada serie de 100 observaciones se generó partiendo de la especificación general con intercepto y tendencia, dada por:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + e_t$$

$$\text{donde } e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ con } \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

Recuérdese que en las pruebas a evaluar la hipótesis nula es presencia de raíz unitaria, mientras que la alternativa es estacionariedad. Así pues, se generaron series asumiendo que la hipótesis nula era verdadera ($\beta = 1$) y asumiendo que la hipótesis alternativa era verdadera ($\beta = 0.8$).

Adicionalmente, los cambios estructurales se introdujeron en los períodos de quiebre $T_{B1} = 50$ y $T_{B2} = 75$, con lo cual se definió el siguiente formato para las series de datos con cambios estructurales:

Modelo con dos quiebres en intercepto: $y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + e_t$

con $D_{jt} = 1$ para $t \geq T_{Bj}$

Modelo con dos quiebres en intercepto y en tendencia:

$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + d_1 D_{1t} + d_2 DT_{1t} + d_3 D_{2t} + d_4 DT_{2t} + e_t$

con $D_{jt} = 1$ para $t \geq T_{Bj}$ y con $DT_{jt} = (t - T_{Bj})$ para $t \geq T_{Bj}$

En ambos modelos, las variables artificiales D_{jt} y DT_{jt} introducen los cambios en intercepto y tendencia, respectivamente. La magnitud de dichos cambios, por su parte, viene dada por d_1 y d_2 . En las simulaciones se usaron tres pares de valores para (d_1, d_2) : (0.08, 0.0001), (0.2, 0.0005) y (1, 0.001). Para todos los casos se utilizaron valores de $\alpha_1 = 0.5$ y $\alpha_2 = 0.0005$ y se asumió que $y_0 = 0$ y que $\varepsilon_0 = 0^2$. En los gráficos de la Figura 2 se ilustran algunos ejemplos de las series generadas.

Las simulaciones para las pruebas ADF y PP se realizaron por medio del programa econométrico Eviews, versión 6.0, y se aplicaron 10 000 iteraciones en cada caso evaluado. Las simulaciones para las pruebas ZA y LS2 se realizaron por medio del programa WinRATS, versión 6.3, y se aplicaron 1 000 iteraciones. El código de los programas utilizados para realizar las simulaciones puede solicitarse a los autores.

Figura 2
Gráficos de algunas series aleatorias generadas



² Estos valores se utilizaron para ser consistentes con Lee y Strazicich (2004), quienes los aplican en las simulaciones implementadas para evaluar su prueba LS1.

3 Resultados

3.1 Resultados de las simulaciones

Los cuadros 1 a 6 muestran los resultados de las simulaciones realizadas para las pruebas de raíz unitaria. En el panel superior de cada cuadro se muestra la frecuencia de rechazo de la hipótesis nula cuando esta es verdadera, lo que se toma como indicador de la probabilidad de error tipo I. Se desearía que estos valores sean bajos. El panel inferior muestra la frecuencia de rechazo de la hipótesis nula cuando la alternativa es verdadera, lo cual aproxima la potencia de la prueba. En ambos paneles se muestran resultados para una hipótesis sin cambio estructural y con cambio estructural de diferentes magnitudes.

En los cuadros 1 y 2 se presentan los resultados de las simulaciones para las pruebas ADF y PP, en el caso de los modelos con dos cambios en nivel y con dos cambios en nivel y tendencia, respectivamente. Puede apreciarse que, bajo la hipótesis nula, la frecuencia de rechazo en ambas pruebas es cercana al nivel de significancia utilizado (5%), independientemente de la presencia y tamaño de los cambios estructurales.

La potencia de la prueba PP es consistentemente mayor a la de ADF y en ambos casos se mantiene por encima del 60% y presenta una disminución conforme aumenta el tamaño de los cambios estructurales³.

Cuadro 1
Resultados de las simulaciones para las pruebas ADF y PP
Series con dos cambios en nivel

Número de iteraciones: 10.000

		% RECHAZO CON		
		ADF (0,05)	PP (0,05)	
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,055	0,059	
	Raíz unit. con cambios en nivel (d_1)	0.08	0,058	0,054
		0.20	0,055	0,055
		1.00	0,056	0,059
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,653	0,664	
	Estac. con cambios en nivel (d_1)	0.08	0,650	0,676
		0.20	0,650	0,671
		1.00	0,625	0,640

³ Cabe destacar que aun cuando se considera un término de tendencia y se incorpora cambio estructural, estos resultados concuerdan con los de Dickey y Fuller (1981, cuadro VIII).

Cuadro 2
Resultados de las simulaciones para las pruebas ADF y PP
Series con dos cambios en nivel y en tendencia

Número de iteraciones: 10.000

		% RECHAZO CON	
		ADF (0,05)	PP (0,05)
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,055	0,062
	Raíz unit. con cambio en nivel y tendencia		
	0.08, 0.0001	0,058	0,055
	0.20, 0.0005	0,054	0,054
	1.00, 0.001	0,054	0,055
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,658	0,679
	Estac. con cambio en nivel y tendencia		
	0.08, 0.0001	0,645	0,668
	0.20, 0.0005	0,650	0,668
	1.00, 0.001	0,617	0,635

Los cuadros 3 y 4 muestran los resultados de las simulaciones realizadas para la prueba ZA para los modelos con dos cambios en nivel y dos cambios en nivel y tendencia, respectivamente. Debe recordarse que esta prueba considera solo un cambio estructural bajo la hipótesis nula, mientras que las series generadas incluyen dos. Así pues, ahora se incluye el porcentaje de casos en los que la estimación endógena de la fecha de cambio se aleja en no más de 5 períodos del quiebre inferior ($T_{B1} = 50$) o superior ($T_{B2} = 75$).

Para la prueba ZA el porcentaje de rechazo bajo la hipótesis nula es mayor que para ADF y PP, pero considerablemente menor que para la prueba LS2. La potencia de la prueba es menor en comparación con ADF, PP y LS, y además disminuye conforme aumenta el tamaño de los quiebres.

La potencia de la prueba LS2, como se aprecia en los cuadros 5 y 6, es relativamente alta en comparación con la de ZA. Sin embargo, el porcentaje de rechazo bajo la hipótesis nula es mayor en este caso. Esto contrasta con los resultados de Lee y Strazicich (2003), en los que la prueba LS2 en general mostró menor potencia y menor probabilidad de error tipo I. Bajo ambas hipótesis, las fechas de quiebre estimadas endógenamente en LS2 aproximaron relativamente bien las verdaderas fechas del cambio estructural⁴.

En general, a partir de las simulaciones se puede concluir que, aun cuando no consideran cambio estructural, las pruebas PP y ADF presentan la potencia más alta (seguida por LS2), y la menor probabilidad de error tipo I (seguida por ZA).

Con respecto a las fechas de quiebre, es la LS2 la que las ubica con más exactitud. Dado que esta prueba considera dos cambios estructurales, el mismo número incluido en las series generadas, no debería asumirse dicha exactitud para el caso de un solo cambio estructural.

⁴ Para rangos de tolerancia de 5 y 10 períodos, los porcentajes de acierto fueron de al menos 33.5% y 66% en cada caso.

Cuadro 3
Resultados de las simulaciones para la prueba ZA
Series con dos cambios en nivel

Número de iteraciones: 1.000

		% RECHAZO CON ZA (0,05)	% ACIERTO FECHA INF +-5 FECHA SUP+-5	
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,093		
	Raíz unit. con cambios en nivel (d_1)			
	0.08	0,104	0,153	0,113
	0.20	0,104	0,164	0,107
	1.00	0,089	0,176	0,131
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,267		
	Estac. con cambios en nivel (d_1)			
	0.08	0,238	0,139	0,100
	0.20	0,208	0,124	0,107
	1.00	0,197	0,128	0,137

Cuadro 4
Resultados de las simulaciones para la prueba ZA
Series con dos cambios en nivel y en tendencia

Número de iteraciones: 1.000

		% RECHAZO CON ZA (0,05)	% ACIERTO FECHA INF +-5 FECHA SUP+-5	
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,071		
	Raíz unit. con cambio en nivel y tendencia (d_1, d_2)			
	0.08, 0.0001	0,092	0,195	0,106
	0.20, 0.0005.	0,102	0,159	0,134
	1.00, 0.001	0,100	0,162	0,137
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,236		
	Estac. con cambio en nivel y tendencia (d_1, d_2)			
	0.08, 0.0001	0,256	0,126	0,095
	0.20, 0.0005.	0,236	0,136	0,104
	1.00, 0.001	0,226	0,107	0,131

Cuadro 5
Resultados de las simulaciones para la prueba LS2
Series con dos cambios en nivel

Número de iteraciones: 1.000

		% RECHAZO		% ACIERTO			
		CON LS2 (0,05)	FECHA INF +5	FECHA SUP +5	FECHA INF +10	FECHA SUP +10	
$\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,390					
	Raíz unit. con cambios en nivel (d_1)						
	0.08	0,446	0,345	0,369	0,634	0,635	
	0.20	0,431	0,335	0,353	0,622	0,66	
	1.00	0,419	0,347	0,403	0,618	0,661	
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,586					
	Estac. con cambios en nivel (d_1)						
	0.08	0,577	0,341	0,335	0,62	0,621	
	0.20	0,551	0,347	0,346	0,615	0,594	
	1.00	0,566	0,334	0,355	0,601	0,628	

Cuadro 6
Resultados de las simulaciones para la prueba LS2
Series con dos cambios en nivel y en tendencia

Número de iteraciones: 1.000

		% RECHAZO		% ACIERTO			
		CON LS2 (0,05)	FECHA INF +5	FECHA SUP +5	FECHA INF +10	FECHA SUP +10	
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	0,416					
	Raíz unit. con cambio en nivel y tendencia (d_1, d_2)						
	0.08, 0.0001	0,425	0,317	0,368	0,610	0,619	
	0.20, 0.0005	0,433	0,307	0,362	0,587	0,628	
	1.00, 0.001	0,409	0,343	0,396	0,584	0,647	
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	0,566					
	Estac. con cambio en nivel y tendencia (d_1, d_2)						
	0.08, 0.0001	0,565	0,340	0,359	0,617	0,642	
	0.20, 0.0005	0,555	0,321	0,377	0,594	0,612	
	1.00, 0.001	0,579	0,335	0,36	0,601	0,626	

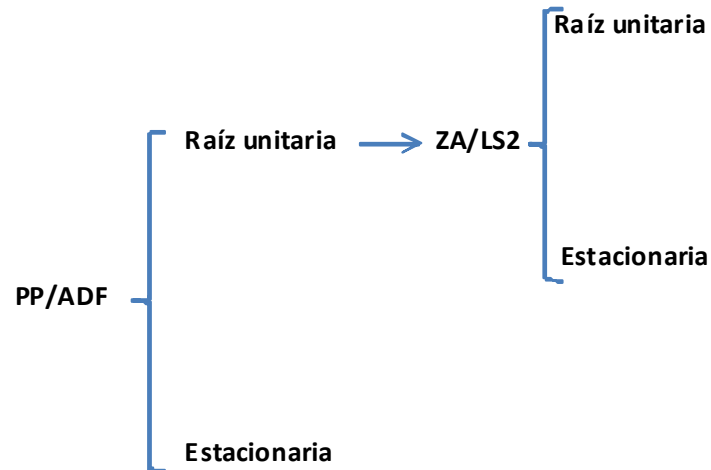
3.2 Formulación de un procedimiento para la aplicación de pruebas de raíz unitaria

De acuerdo con las estimaciones de potencia y probabilidad de ocurrencia del error tipo I obtenidas a partir de las simulaciones, en el Departamento de Investigación Económica inicialmente se propuso el procedimiento de aplicación de pruebas de raíz unitaria que se detalla en el Anexo 2. El desempeño del procedimiento anterior fue evaluado mediante una simulación en la que se generaron 100 000 series estacionarias e idéntica cantidad con raíz unitaria, todas ellas con 2 cambios estructurales en nivel y en

tendencia. Los resultados de esta simulación revelaron que la última etapa del procedimiento original era innecesaria y que el procedimiento podría abreviarse al representado en la Figura 3.

Figura 3

Procedimiento para la aplicación de pruebas de raíces unitarias



Así pues, el procedimiento cuyo uso se recomienda consta de dos etapas:

- a- Se aplica PP o ADF. Si se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria, el procedimiento acabaría y se asumiría que la serie es estacionaria. Esto se fundamenta en que si la hipótesis alternativa es verdadera, mediante estas pruebas se tiene una mayor probabilidad de rechazar la nula de raíz unitaria.
- b- Si mediante PP o ADF no se rechaza la hipótesis nula, se aplicaría ya sea ZA o LS2 y el proceso concluiría con el resultado de esta segunda etapa.

La escogencia entre ZA o LS2 en la segunda etapa debería depender del conocimiento previo que el usuario posea sobre la serie. Si existe criterio técnico para suponer la presencia de un cambio estructural, podría usarse ZA. Si se sospecha que existe más de un cambio, podría usarse LS2, en vista de que en general estima con más exactitud las fechas de los cambios. Además, recordemos que las pruebas LS en teoría no sufren del problema de rechazos espurios del que adolece ZA (ver Lee y Strazicich, 2001, 2003), por lo que esta podría ser una razón para preferir LS2 a ZA.

Como se explica en el Anexo 2, los resultados de las simulaciones para el procedimiento original en realidad también constituyen una evaluación del procedimiento abreviado de la Figura 3. Así pues, para series estacionarias, entre el 70 y el 73% de las veces el procedimiento propuesto permitió rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria. Cuando las series en prueba efectivamente tenían raíz unitaria, el porcentaje de rechazo fue de solo 7%.

El Cuadro 7 presenta el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula de raíz unitaria, resultante de aplicar únicamente PP o de aplicar el procedimiento propuesto en esta sección. Por ejemplo, para series estacionarias que no presentan cambio estructural, la hipótesis nula se rechazaría en un 68% de las veces si se aplicara solamente la prueba PP, pero en alrededor de 73% si se empleara el procedimiento

completo. Por el contrario, si las series presentaran raíz unitaria, el porcentaje de rechazo aumentaría ligeramente al utilizar todas las pruebas.

Si se conoce que existe cambio estructural, para series estacionarias la hipótesis nula se rechazaría en alrededor de 66% de las veces en caso de usar solamente la PP, pero ese porcentaje aumentaría a 72% al utilizar el procedimiento completo. En series con raíz unitaria, el porcentaje de rechazos se incrementaría en 1.4 puntos porcentuales al aplicar el procedimiento en su totalidad.

En resumen, al utilizar el procedimiento completo, en comparación con aplicar únicamente la prueba PP⁵, se da un incremento de al menos 5 puntos en el porcentaje de rechazos cuando la hipótesis nula es falsa. Sin embargo, si la hipótesis nula es verdadera, la probabilidad de cometer el error tipo I se incrementa ligeramente. Dado este último riesgo, la decisión de utilizar o no el procedimiento en su totalidad dependería del criterio técnico del usuario.

Cuadro 7
Porcentajes de rechazo de la hipótesis nula utilizando solo PP o procedimiento abreviado
Series con dos cambios en nivel y en tendencia

Número de iteraciones: 100.000

		% RECHAZO (0,05)	
		Solo PP	Procedimiento
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	6,2	6,9
	Raíz unit. con cambio en nivel y tendencia ^{1/}	5,5	6,9
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	67,9	73,0
	Estac. con cambio en nivel y tendencia ^{1/}	65,7	71,5

^{1/} Promedios para las tres magnitudes de cambio

4 Comentarios finales

En este estudio se evaluó la potencia y probabilidad del error tipo I para las pruebas Dickey-Fuller Aumentada, Phillips-Perron, Zivot-Andrews y Lee-Strazicich con dos cambios estructurales mediante la realización de una cantidad considerable de simulaciones. En general, se puede concluir que las dos primeras presentan la potencia más alta, y la menor probabilidad de error tipo I. Además, las estimaciones de potencia para la ADF son similares a las de Dickey y Fuller (1981), aun cuando existe cambio estructural. Con respecto a las fechas de cambio, como era esperable, es la LS2 la que ubica con más exactitud las dos fechas en las que se introdujo un cambio.

⁵ O alternativamente, la ADF, que mostró una potencia similar.

Con base en esos resultados, el procedimiento de aplicación de pruebas de raíz unitaria desarrollado inicia con el uso de PP o ADF, y continúa con la realización de ZA o LS2. Debe destacarse que este procedimiento es similar a la práctica habitual en el DIE, de utilizar inicialmente las pruebas más tradicionales (ADF, PP), complementadas de ser necesario con pruebas que incluyen cambio estructural.

Se encontró que el uso del procedimiento propuesto incrementó de forma considerable el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula cuando era falsa, pero también incrementó ligeramente ese porcentaje cuando la hipótesis nula era verdadera.

No debe olvidarse que las simulaciones se realizaron para el caso más general de dos cambios estructurales. Además, se decidió no incluir la prueba LS1 y debido a limitaciones en el poder de cómputo, el número de repeticiones para las pruebas que incluyen cambio estructural fue menor.

5 Bibliografía

- Dickey, D.A y Fuller, W.A. (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*, 49(4), pp. 1057-1072.
- Elder, J. y P.E. Kennedy (2001). F Versus T Tests for Unit Roots. *Economics Bulletin*, 3(3), pp. 1-6
- Lee, J. y M. Strazicich (2001). Break point estimation and spurious rejections with endogenous unit root tests. *Oxford Bulletin of Economics and Estatistics*, 63(5), pp. 535-558.
- Lee, J. y M. Strazicich (2003). Minimum LM Unit Root Test with Two Structural Breaks. *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp 1082-1089.
- Lee, J. y M. Strazicich (2004). *Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break*. Appalachian State University Working Paper, disponible en: <http://econ.appstate.edu/RePEc/pdf/wp0417.pdf>
- Nelson, C. y C. Plosser (1982). Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), pp. 139-162.
- Perron, P. (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Econometrica*, 57(6), pp. 1361-1401.
- Perron, P. (1997). Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables. *Journal of Econometrics*, 80, pp. 355-385.
- Phillips, P.C.B y P. Perron (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika* 75(2), pp. 335-346.
- Rodríguez, A. (2009). *Pruebas de raíz unitaria con cambio estructural de Lee y Strazicich* (Nota Técnica DEC-DIE-011-2009, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis Source. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), pp. 251-270.

rodriguezva@bccr.fi.cr

castrillord@bccr.fi.cr

6 Anexos

Anexo 1. Resumen de hipótesis nula y alternativa para varias pruebas de raíz unitaria

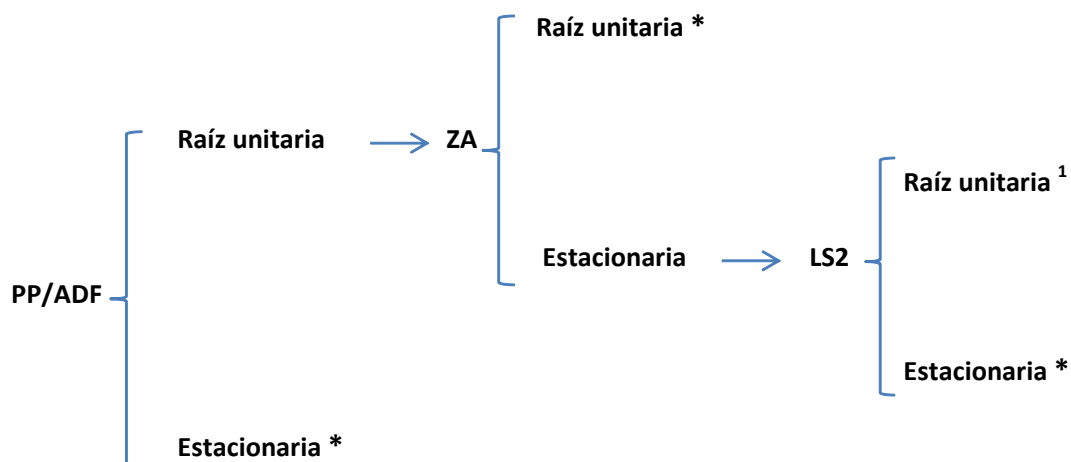
		Dickey-Fuller Aumentada	Phillips-Perron	Zivot-Andrews	Perron (1997)	Lee-Strazicich (1 cambio)	Lee-Strazicich (2 cambios)
HIPÓTESIS NULA	Raíz unitaria sin cambio estructural	✓	✓	✓	✓		
	Raíz unitaria con cambio estructural					✓	✓
HIPÓTESIS ALTERNATIVA	Estacionariedad sin cambio estructural	✓	✓				
	Estacionariedad con cambio estructural			✓	✓	✓	✓

Anexo 2. Procedimiento original para la aplicación de pruebas de raíces unitarias

El procedimiento propuesto originalmente, ilustrado en la Figura 4, se desarrolla de la siguiente manera:

- Se iniciaría con la aplicación de las pruebas de PP o ADF, dado que son las que muestran una mayor potencia. Si se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria, el procedimiento acabaría y se asumiría que la serie es estacionaria. Esto se fundamenta en que si la hipótesis alternativa es verdadera, mediante estas pruebas se tiene una mayor probabilidad de rechazar la nula de raíz unitaria.
- En el caso contrario, se aplicaría la prueba de ZA. Si no es posible rechazar la hipótesis nula, el procedimiento acabaría y se asumiría que la serie tiene raíz unitaria. La justificación sería que al ser ZA la prueba con la segunda menor probabilidad de error tipo I, se esperaría que rechace la hipótesis nula de raíz unitaria en menos casos que LS2.
- Si mediante ZA se rechaza la hipótesis nula, se realizaría la prueba LS2. Si el resultado es el rechazo de la hipótesis nula, el procedimiento acabaría y se asumiría estacionariedad. Recuérdese que LS2 es la prueba que le sigue en potencia a ADF y PP.
- Finalmente, si mediante LS2 no es posible rechazar la hipótesis nula, la conclusión debería basarse en otro criterio técnico.

Figura 4
Procedimiento original para la aplicación de pruebas de raíz unitaria



* Conclusión del proceso

¹ Conclusión debe basarse en criterio del técnico

El desempeño del procedimiento anterior fue evaluado mediante una simulación en la que se generaron 100 000 series estacionarias e idéntica cantidad con raíz unitaria, todas ellas con 2 cambios estructurales

en nivel y en tendencia. Los resultados de esta simulación se muestran en el Cuadro 8. En la columna “PP –ZA –LS2” se muestran los resultados de aplicar las pruebas en ese orden, lo que corresponde al procedimiento descrito en este anexo. Puede apreciarse que entre el 70 y el 73% de las veces se rechazó la hipótesis de raíz unitaria para las series estacionarias. Como dato adicional, en todos los casos en que se utilizó la prueba LS2 se rechazó la hipótesis nula, por lo que su aplicación no cambió la conclusión de la fase previa (en la que se utilizó ZA).

Este resultado sugirió repetir la evaluación invirtiendo el orden de aplicación de ZA y LS2. En la columna “PP –LS2 –ZA” puede apreciarse que este cambio no afectó significativamente el porcentaje de rechazos para series estacionarias. Además, de nuevo se encontró que la aplicación de ZA no afectó la conclusión de la etapa anterior (en la que se usó LS2).

Para las series con raíz unitaria, el porcentaje de rechazos fue cercano al 7% independientemente del orden en que se aplicaran las pruebas de ZA y LS2.

Por estas razones, se decidió abreviar el procedimiento al descrito en la sección 3.2 de este documento, por cuanto los resultados de las simulaciones del Cuadro 8 en realidad corresponden a un proceso en el que no es necesario aplicar la última etapa del procedimiento original.

Cuadro 8
Resultados de las simulaciones para el procedimiento original
Series con dos cambios en nivel y en tendencia

Número de iteraciones: 100.000

		% RECHAZO (0,05)	
		PP - ZA - LS2	PP - LS2 - ZA
Hipótesis nula es verdadera $\beta = 1$	Raíz unit. sin cambio estructural	6,9	7,0
	Raíz unit. con cambio en nivel y tendencia (d ₁ ,d ₂)		
	0.08, 0.0001	7,0	7,0
	0.20, 0.0005	6,8	7,0
	1.00, 0.001	6,9	6,8
Hipótesis alternativa es verdadera $\beta = 0.8$	Estac. sin cambio estructural	73,3	72,9
	Estac. con cambio en nivel y tendencia (d ₁ ,d ₂)		
	0.08, 0.0001	73,1	73,0
	0.20, 0.0005	72,8	72,8
	1.00, 0.001	69,2	68,8